

ÉRTEKEZÉSEK

A MATEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF

OSZTÁLYTITKÁR.

XIII. KÖTET. 1. SZÁM. 1886.

A FÖLDNEHÉZSÉG MEGHATÁROZÁSA

BUDAPESTEN 1885-BEN.

(4 TÁBLÁVAL.)

IRTA

D^r GRUBER LAJOS

KIR. OBSERVATOR.

(Előadta a M. Tud. Akadémia III. osztályának ülésén 1886. január 18-án.)

Ára 60 kr.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA.

1886.

Eddig külön megjelent

É R T E K E Z É S E K

a matematikai tudományok köréből.

Első kötet. — Második kötet. — Harmadik kötet. — Negyedik kötet.

Ötödik kötet.

Hatodik kötet.

I. *Konkoly Miklós.* Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén I. rész. 1871—1873. Ára 20 kr. — II. *Konkoly Miklós.* Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. II. rész. 1874—1876. Ára 20 kr. — III. Az 1874. V. (Borelly-féle) Üstökös definitív pályaszámítása. Közlik *dr. Gruber Lajos* és *Kurländer Ignác* kir. observatorok. 10 kr. — IV. *Schenzl Guido.* Lehajlás meghatározások Budapesten és Magyarország délkeleti részében. 20 kr. — V. *Gruber Lajos.* A november-havi hullócsillagokról 20 kr. — VI. *Konkoly Miklós.* Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén 1877-ik évben. III. Rész. Ára 20 kr. — VII. *Konkoly Miklós.* A napfoltok és a napfelületének kinézése 1877-ben. Ára 20 kr. — VIII. *Konkoly Miklós.* Mercur átvonulás a nap előtt. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1878. május 6-án 10 kr.

Hetedik kötet.

I. *Konkoly Miklós.* Mars felületének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán az 1877-iki oppositio után. Egy táblával. 10 kr. — *Konkoly Miklós.* Álló csillagok szinképének mappirozása. 10 kr. — III. *Konkoly Miklós.* Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1878-ban IV. rész. Ára 10 kr. — IV. *Konkoly Miklós.* A nap felületének megfigyelése 1878-ban ó-gyallai csillagdán. 10 kr. — VI. *Hunyady Jenő.* A Möbius-féle kritériumokról a kúpszeletek elméletében 10 kr. — VI. *Konkoly Miklós.* Spectroscopicus megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón 10 kr. — VIII. *Dr. Weinek László.* Az instrumentális fényhajlás szerepe és Vénusz-átvonulás photographiai felvételénél 20 kr. — IX. *Suppan Vilmos.* Kúp- és hengerfelületek önálló ferde vetítésben. (Két táblával.) 10 kr. — X. *Dr. Konek Sándor.* Emlékbeszéd Weninger Vincze 1. t. fölött. 10 kr. — XI. *Konkoly Miklós.* Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1879-ben. 10 kr. — XII. *Konkoly Miklós.* Hullócsillagok radiatio pontjai, levezetve a magyar korona területén tett megfigyelésekből 1871—1878. végéig 20 kr. — XIII. *Konkoly Miklós.* Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagvizsgálón 1879-ben. (Egy tábla rajzzal.) 30 kr. — XIV. *Konkoly Miklós.* Adatok Jupiter és Mars physikájához, 1879. (Három tábla rajzzal.) 30 kr. — XV. *Réthy Mór.* A fény törése és visszaverése homogén isotrop átlátszó testek határán. Neumann módszerének általánosításával és bővítésével. (Székf. ért.) 10 kr. — XVI. *Réthy Mór.* A sarkított fényrengés elhajlító rács által való forgatásának magyarázata, különös tekintettel Fröhlich észleteire. 10 kr. — XVII. *Szily Kálmán.* A telített gőz nyomásának törvényéről. 10 kr. — XVIII. *Hunyady Jenő.* Másodfoku görbék és felületek meg-

ÉRTEKEZÉSEK

A MATEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL.

KIADJA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

TIZENHARMADIK KÖTET.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉB

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF

OSZTÁLYTITKÁR.

BUDAPEST.

1887.

M. ACADEMIA
KÖNYVTÁRA

TARTALOM.

1. szám. A földnehézség meghatározása Budapesten 1885-ben. (4 táblával.) *Dr. Gruber Lajostól.*
 2. „ Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén 1885-ben. *Konkoly Miklóstól.*
 3. „ 855 állócsillag spectruma. A déli öv átkutatásának III-dik része; 0°-tól 15°-ig. Hora XII—XVIII. *Konkoly Miklóstól.*
-

NOTES

CHAPTER I

The first part of the book is devoted to a general survey of the subject. It begins with a definition of the term "notes" and then proceeds to discuss the various kinds of notes that are used in business. The author then discusses the importance of notes in business and the various methods of issuing and redeeming them. The book then proceeds to discuss the various kinds of notes that are used in business, including promissory notes, commercial notes, and bank notes. The author then discusses the importance of notes in business and the various methods of issuing and redeeming them.

ÉRTEKEZÉSEK

A MATEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL.

KIADJA A MAGYAR TUD. AKADÉMIA.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF

OSZTÁLYTITKÁR.

A FÖLDNEHÉZSÉG MEGHATÁROZÁSA BUDAPESTEN 1885-BEN.

(4 tábla.)

Közlí: DR. GRUBER LAJOS

kir. observátor.

(Előadta a III. osztály ülésén 1886. január 18.)

BEVEZETŐ ELŐSZÓ.

A földnehézségi állandó Budapesten való meghatározásának szükségességét a szakkörök több ízben hangsúlyozták. Mindazonáltal évek múltak, s az eszme nem létesült. Pár év előtt Dr. Schenzl Guidó úr, a közp. meteorológiai intézet igazgatója újabb föld-mágnességi megfigyeléseinek kiszámításánál szintén hiányát érezte egy, Budapesten történt közvetlen nehézség-meghatározásnak; s a kérdés fontosságát méltatván egyenesen a magas vallás- és közoktatásügyi minisztériumhoz fordult azon kéréssel, méltóztatnék a Magyarországon megejtendő nehézség-mérések számára egy alkalmas műszert beszerezni; azt feltéven, hogy észlelő majd találkozik.

A körülmények oly kedvezően alakultak, hogy már rövid idő múlva a magas minisztérium, a kir. Tudományegyetem szakvéleményét kikérvén, egy A. Repsold & Söhne hamburgi cégnél készítendő reversionális inga megrendelését engedélyezte.

A mennyiben az ingát illetőleg én leveleztem Repsold úrral, s a műszer fajtájára is befolyással voltam, szükségesnek tartom, hacsak pár szóval is, a műszerre nézve megejtett választ okadatolni.

Átlag két fajta reversionális inga-készülék van használatban, egy nagyobb, melynek ingája 1 időmásodpercnyi lengés-idővel bír, míg a másik, kisebb, közel fél oly nagyságú műszer ingája $\frac{3}{4}$ másodpercnyi időtartamban leng. A priori a nagyobb ingának hajlandó az ember előnyt adni; mert ennél az észlelési hibák közvetlenül mennek át az eredménybe, míg a kisebb műszer észleleteiben megejtett hibák 1:8:1 arányban terhelik az eredményt. Ez elméleti okoskodással szemben fontolóra veendő az azon körülmények, melyek a hibák valószínűségére befolyással vannak. Minden műszernél, mely exact mérésekre kell, hogy szolgáljon, a hőmérséknek az egész műszerben való egyenletes elterjedése főkellék; s hogy ez állapot egy kisebb szerkezetben hamarabb és jobban áll be, mint egy nagyobb kiterjedésű műszerben, igen természetes. Azon felül a nagyobb műszer kezelése nehéz és hágsó igénybevétele nélkül nem is végezhető. Ingája, melyet felváltva kell a lengési lapról leemelni és ismét más helyzetben fölfektetni, 4—5 kilo súlyával e műtét óvatos végzését csak nehezíti.

A kisebb műszer gyakorlati előnyeinek fölemlítése után azonban szükséges meggyőződünk, hogy megfigyeléseinek eredményei megfelelnek-e a mai nap követelte pontosságnak! A reversionális inga megfigyelése két részből áll: késéleinek egymástóli távolságát kell lemérni, s azután az inga különböző helyzetében a lengési tartamot kell megfigyelni. Ha L az 1 másodperc-inga hossza, λ hosszúságú inga pedig T másodpercnyi lengés-idővel bír, akkor:

$$L = \frac{\lambda}{T^2}$$

és

$$\pm \frac{dL}{L} = \pm \frac{d\lambda}{\lambda} \mp \frac{2dT}{T}$$

Ha L egyszeri meghatározása ∓ 0.01 milliméterre pontos, úgy ez már is a mai nap elérhető pontosság-maximuma. E feltét alatt azonban meg van engedve:

$$\pm d\lambda = \pm \frac{\lambda}{L} \cdot 0.01 \text{ m. m. és } \pm dT = \mp \frac{T}{2L} \cdot 0.01 \text{ m. m.}$$

idő másodperc, azaz a $\frac{3}{4}$ másodperc-ingára alkalmazva:

$$d\lambda = \pm 0.0056 \text{ m. m. és } dT = \mp 0.0000038 \text{ secunda.}$$

Mivel pedig a modern mérő eszközök megengedik, hogy egy távolságot az itt megkövetelt pontosság kétszeresével mérjünk, úgy a $\frac{3}{4}$ m.p.-nyi inga rövidsége még nem kockáztatja az 1 m.p.-nyi inga pontos megállapítását.

A mi a megfigyelt lengéstartamok pontosságát illeti, ez függ a megfigyelt lengések számától, s azon módszertől, melylyel az, e lengéseknek megfelelő időközt megállapítjuk. A lengések számának megválasztása tetszés dolga, és a kezdő és végső időpontokat, ha az összlengések módját (coincidentiákat) alkalmazzuk, — tapasztalásom szerint — pedig gyorsabban lengő ingánál pontosabban lehet felfogni. Ez által azonban nem azt akarom állítani, hogy a műszer kisebbitésében tanácsos volna még tovább menni.

Különben a műszer maga úgysem elég jótállás az eredmény megbízhatóságára nézve; az észlelés a fő, s ennek sikere a műszer könnyű kezelhetőségével s egyáltalában az észlelés berendezésének kényelmével arányos, a mit, úgy hiszem, senki sem fog vitatni, a ki valaha észlelt. S nevezetesen a coincidentiák megfigyelése, a feltétlenül jelentkező egyéni hiba állandósítása végett igényel nyugalmat és kényelmet.

Az elősorolt okokon kívül a kisebb műszer választására első sorban még annak könnyű transportabilitása, tehát használhatósága utazásokra volt mérvadó. A földnehézségi állandó meghatározása ugyanis nem csupán helyi érdekű, hanem a földalak kérdésének jelen stadiumában a legfontosabb geodätikai mérések közé tartozik. A föld lapulásának kérdése az, melyre nézve a nehézség-mérések a régi nézetten lényegesen változtattak.

A közep európai fokmérésnek a földalak megállapítását célzó munkálataiban Magyarország részt nem vesz, s azért kívánatos volna legalább a könnyebben eszközölhető nehézség-mérésekkel Magyarország részéről is e vállalathoz hozzájárulni. Azon reményben, hogy vagy az állam vagy a Tudományos

Akadémia támogatása által lehetséges lesz az ország néhány fontosabb pontján nehézség-méréseket eszközölni, kívántam, hogy egy czélszerű utazási műszer birtokába jussuuk.

A műszer leírása.

Ez értekezés alapjául szolgáló inga-készülék 1884. év elején rendeltetett meg, s 1885 július havában megérkezett. A műszer kiviteléről szólni is fölösleges: a czég neve kezeskedik annak bámulatosan präcis szerkezetéről.

A első tábla perspectivikus képet nyújt a teljesen felszerelt műszerről. Az állvány, mely teljesen szétszedhető, 3 vízszintezésre szolgáló csavaron nyugvó alapra van felépítve. Az állványt képező 3 üres rézhenger egy egyenszárú pyramis felső lapján viseli az inga felfüggesztésére szolgáló lengési lapot. A lengési lapon függő ingán kívül az ábrán még két, vertikálisan álló hengerszerű alkotmányt látni, a közelebb álló, felül-alól horizontális mikroszkopokat hordó műszer-rész a komparátor, míg a hátulsó henger, melyre a mikroszkopok irányítva vannak, belsejében a mérőrud léptéit viseli. A kép előterében több kisebb segédeszköz mellett az inga súlypontjának meghatározására szolgáló érdekes műszer is látható.

Ez értekezéshez csatolt 1—14. ábra segélyével a műszer egyes alkatrészeinek részletesebb leírását akarom megkísérteni.

Az 1. ábra az állvány felső lapjának horizontális vetületét mutatja, mely a, a, a lyukakkal ül az állvány 3 rézoszlopának felső végein. A 2. ábra ugyan e műszer-részt tünteti fel oldalról. O erős rézlemez N részszel egy darabot képez és felső részében a lengési lapot (c), mely achatból való, viseli. A lengési lap két oldalán rr , kis villakészülék látható, mely s emeltyű, és q csavar segélyével emelhető és súlyozható, és az inga élének a lengési lapra való óvatos leeresztésére szolgál. K és M -ben nyugszik a komparátor, illetőleg a mérőrud felső vége, ezek állását u csavar segélyével egy rugékony rézlemez (i) biztosítja. A komparátort fogó villa N -vel szoros összeköttetésben van, míg a mérőrud villáját n pont körül $v v$ csavarokkal forgatni lehet; miáltal M és K egymástóli távolsága változtatható.

A 3. ábra az inga egyik végét ábrázolja. jj -nél az ingarúd rézhengere át van törve, hogy az ingát az ingás alapot viselő 0 kinyíló darabra tolni lehessen. L az inga lencséje, e pedig az ugyancsak achathól készült késél, mely tt csavarokkal erősítették meg felszerelésében, s mely mint 4. ábra külön látható. x pontban az inga át van lyukasztva, hogy a késélt látni lehessen, ugyan e czélra a lengési lap közepén, c egy félhenger van kicsiszolva. A késél megfigyelésénél a láttér megvilágítása hátulról tükörrel történik. Ha világos éleket akarunk sötét alapon előállítani, az 5. ábrában feltüntetett kis prizmatikus betéteket illesztjük hátulról x nyílásba.

Helmert F. R. úr a reversionális ingáról szóló kritikájában (Astronomische Vierteljahrsschrift 11. Jahrg. pag. 33.) ráutalt a földmágnességi erőnek az ingakészülék mozgó vas vagy aczél alkatrészeire gyakorolt hatására: s ez okból pótolhattak a mi műszerünkénél a régibb eszközök aczél-kései achatkések által. A mágnességi hatás miatt felmerült aggály elegendő volt arra, hogy az aczél-élek más előnyei feláldoztassanak. Ha ugyanis összehasonlítjuk Plantamour Emil «Nouv. expér. faits avec le pendule a réversion. Genève 1872» című munkájában közölt, aczélélekkel aczellapon megfigyelt lengési sorokat, az itt általam achat-éleken nyert sorokkal, azt látjuk, hogy utóbbiaknál a lengés-ívek csökkenése kétszer akkora, mint a genfi inga számára. A lengési ív gyors csökkenéséből származó baj abban áll, hogy a lengés-észleléseket aránylag nagy lengési íveknél kell kezdeni, s azok számát 2300 és 1700 lengésen túl mégsem hajthatjuk. De azt reményelem, hogy a lengési szög csökkenésének törvényét pontosan kikutatván, még 2 foknál nagyobb kitérésben észlelt lengések is oly biztossággal fognak átszámíttathatni a végtelen kis ívre, hogy ez oldalról állandó hibától a lengéstartamok megállapításában tartani ne kelljen.

A 6. 7. és 8. ábra a komparátor egyes részeit ábrázolja. A 6. ábrában a comparátor felső részét látni oldalról, míg a 8. ábra előlről nyújt képet. A rézhenger a felső részen egy gyűrű alakú feldudorodást t mutat, e gyűrű van mint K az 1. ábrán a villába foglalva. A comparátor felső végén montirozott mikroskop m felszerelése egy a comparátor hengerében eltolható rúdon van megerősítve, úgy, hogy a mikroskop azimutban

a komparátor testéhez képest k csavar csekély kicsavarása után o csavarral variálható. A felső mikroszcopot azonfelül az alsótól függetlenül lehet emelni és süllyeszteni x csavar segítségével: és így nem nehéz a két mikroszcop horizontalis pókszál-párait egymástól az inga késél-távolába hozni.

s csavar vv csavarok felnyitása után a mikroszcopot előre és hátra tolja, míg az f csavarok a pókszálak vízszintes állítását eszközlik. A 9. ábrában adott libella segélyével r csavart használván mindkét mikroszcopot nivellálni lehet. A mikroszcopok dobjának egy revolútiója 0.1 milliméternek felel meg, s miután a dob 100 részre van beosztva, a szerkezet közvetlenül egy mikront enged leolvasni. A 11. ábra egy csavarszerkezetet mutat, mely a műszer állványának alsó lapján két példányban fordul elő, s úgy a komparátor valamint a mérőrúd alsó hegyének (h) támasztására szolgál. a csavar fejében kis mélyedés van, melybe h csúcs belefekszik; a csavar forgatása által a comparátort és a mérőrudat emelhetjük és süllyesztethetjük. De c darab, melybe a csavar nyúlik, d -vel nem képez egyet, hanem egy, d -ben lévő bemélyedésben z csavarok segítségével a horizontban eltolható.

E berendezések segítségével a comparátort, valamint a mérőrudat is teljesen merőleges helyzetbe lehet hozni. De mielőtt ezt tesszük, szükséges a mérőrúd felső végét az 1. ábrán látható vv csavarokkal a comparátortól oly távolba hozni, mint a mily távolban áll a comparátor a c lengési lapon függő inga késélétől: más szóval a felső mikroszcopot pontosan beállítván (s csavar a 6. ábrán) a felső kés élére, a mikroszcopban — azt a mérőrúdra fordítva — a lépték vonalait is tisztán kell látni. A mérőrúd vízszintezésére a 10. ábrában adott segédeszközt kell igénybe venni, mely a mérőrúd felső csúcsára dugva a libellának szolgál alapul. jj rectifikáló csavarok.

A súlypontmeghatározó műszert majd a súlypontmérések tárgyalása alkalmával fogom leírni, itt pedig csak még a mérőrúdra vonatkozó tudnivalókat említem fel. Ellentétben a régibb műszerekkel, a mi készülékünk mérőrúdja üres rézhengerében fémthermometerrel van felszerelve, a műszer fémalkatrészei hőfokának meghatározása céljából. Kedvezőtlen hőmérséki viszonyok között — és ilyenek között voltam én kénytelen

észlelni — ily fémthermometer nélkülözhetetlen kellék. Észlelési helyiségemben (a közp. met. intézetnek a bécsi kapu alatt lévő földmágnességi területén felállított fakunyhóban) a hőmérsék változása olykor reggeli 7 órától délután 2 óráig 15 C. fokot is ért el. S e mellett kitűnt, hogy a fémthermometer a hőváltozásokat jóval későbbben érezte, mint a higanyhőmérő. Miután pedig egy megfigyelési sor alatt a hőmérsék (reggeltől délig) folyton emelkedett, a higanyhőmérő nagy hőfokot adott a műszer számára.

A fémthermometer és a higanyhőmérő közötti különbség reggel az észlelés kezdetekor átlag két és három fok között állott, míg az észlelések befejeztéig az rendesen elenyészett. Szükséges volt tehát az észlelés folyamán a fémthermometert és a higanyhőmérőt több ízben egyszerre leolvasni, hogy ez által a lengések alkalmával tett higanyhőmérői leolvasásokat reducálni lehessen. A pontosság, melylyel e reductió egy fél- vagy három negyedórán keresztül történhet, természetesen nem nagy, de ily kedvezőtlen hőmérséki viszonyok között az egyetlen expediens, mely különben az eredmények tanúsága szerint feltűnő téves hőmérsékekre nem vezetett.

A kísérletezés alatt kevés alkalmam volt — s az is csak a délutáni maximum körül — a hőmérők megbízható összehasonlítására, s kénytelen voltam az összehasonlítást az észlelések beszünte után hivatali szobámban mesterségesen előállított hőfokok mellett eszközölni. Így 52 megbízható adatot nyertem, melyek 10° és 33° között egyenletesen vannak elosztva. Ha ez adatokat szegvény-rendszerbe rajzoljuk, azt látjuk, hogy ez összehasonlítások legjobban — egy másod fokú tag nélküli — harmad fokú egyenlet által állíttathatnak elő. De miután az egyenestől való eltérések is — legalább ismétlődő — hibák számába vehetők, s ok arra nincsen, hogy miért ne legyenek a fémthermometer adatai a hőfok linear függvényei, mint egyenes vonalat számítottam annak skaláját, mely következő táblázatba van foglalva:

C°	Fémtherm. mm.	Különb- ség	C°	Fémtherm. mm.	Különb- ség	C°	Fémtherm. mm.	Különb- ség
10	0·4428	78	17	0·4971	78	25	0·5592	78
11	0·4506	78	18	0·5049	77	26	0·5670	77
12	0·4584	77	19	0·5126	78	27	0·5747	78
13	0·4661	77	20	0·5204	78	28	0·5825	77
14	0·4738	78	21	0·5282	77	29	0·5902	78
15	0·4816	78	22	0·5359	78	30	0·5980	78
16	0·4894	77	23	0·5437	77	31	0·6058	77
17	0·4971		24	0·5514	78	32	0·6135	78
			25	0·5592		33	0·6213	

A mérőrúd részcsövének, valamint az inga rúdjának hőmérséki együtthatójára nézve mitsem tudhattam meg, s azért mindaddig míg alkalom nem nyílik, ez összetényezőket — talán az egyetem új physikai intézetében — közvetlenül meghatározni, kénytelen vagyok a lengések reductiójára szolgáló állandót magokból a megfigyelésekből levezetni, a mérőrúd átszámítására pedig a többféle meghatározás közép értékét 0·00001848 felvenni.

A mi a mértékrúd és az ingarúd relativ kiterjedési együtthatóját illeti, ez iránt megfigyeléseink dönthetnek. Az utolsó észlelés mindig egy éltávolság-mérés volt, miután ez rendszeren délután történt, ilyenkor a hőmérsék már magasra szállott. Én a műszert mindig másnap reggelig változatlanul meghagytam helyzetében, hogy így ismét alacsony hőmérséknél eszközölhessek egy mérést. Ez által a relativ kiterjedési összetényezőnek el kell magát árulnia. A következő táblában a mérési eredmények s az egyidejű fémthermometerleolvasások vannak összeállítva.

Kelet	Távolság λ	Fémthermo- meter	Kelet	Távolság λ	Fémthermo- meter
1885.			1885.		
Aug. 7.	559·4385	0·5808	Aug. 8.	559·4380	0·5420
" 9.	4374	0·5982	" 10.	4356	0·5087
" 12.	4349	0·6196	" 13.	4386	0·5011
" 16.	4352	0·5907	" 17.	4365	0·4811
" 20.	4339	0·5716	" 21.	4381	0·4865
Szept. 3.	4353	0·5754	Szept. 5.	4326	0·4943
" 6.	4329	0·6008	" 7.	4368	0·4896
" 8.	4365	0·6188	" 9.	4282	0·5097
" 11.	4342	0·5620	" 12.	4359	0·4794
Közép	559·4354	0·5909	Közép	559·4356	0·4992

Tehát a fémthermometer 0·0917 változásának, azaz 11·83 foknak 0·0002 mm. különbség felel meg, a mi számba sem vehető.

A műszer egy másik állandója, mely mindenek előtt meg lenne határozandó, a mérőrúd léptéinek 0 fokú correctiója. Miután Budapesten etalon összehasonlítás céljából nem áll rendelkezésre, hogy mégis némi nézetet nyerjek a mérőrúd léptéinek hibája iránt, azokat egy 5000 részre osztott, ezüstbe véssett, Richer párisi műszerészről való, s a közp. meteor. intézet tulajdonát képező méterrel hasonlítottam össze. Az összehasonlítást több napon át folytattam, s e mellett Richernek mindig más vonalából indultam ki, míg Repsold számára a 0 pont szolgált kiindulásul.

Kelet	Repsold	Richer	Különbség vagy javítás	Hő C°	Mérések száma
1885.	mm.	mm.	mm.		
Jul. 24.	559·0	559·0285	+0·0285	26·9	7
“ “	559·4	·4274	274	26·3	2
“ “	559·5	·5211	211	26·2	2
Jul. 25.	559·0	·0310	310	18·7	1
“ “	559·1	·1220	220	18·5	1
“ “	559·2	·2254	254	18·4	1
“ “	559·3	·3273	273	18·3	1
“ “	559·4	·4335	335	18·2	1
“ “	559·5	·5346	346	18·1	1
“ “	559·6	·6276	276	17·8	1
Jul. 28.	559·0	·0295	295	21·1	3
“ “	559·0	·0270	270	26·0	4
“ “	559·0	·0206	206	26·2	4
“ “	559·0	·0344	344	27·1	3
Jul. 29.	559·0	·0281	281	18·7	8
“ “	559·3	·3295	295	21·5	6
“ “	559·4	·4288	288	21·2	6
“ “	559·5	·5279	279	21·8	6
“ “	559·0	·0285	285	26·9	4
“ “	559·5	·5242	242	26·2	3
			+0·0278	22·2	65

Ha ez összeállításból az egy ugyanazon Repsold-féle vonalra érvényes javításokat a hőmérsékkel állítjuk egymás

mellé, s mindegyiknek a mérések számához mérten adunk súlyt, azt találjuk, hogy Richer nagyobb kiterjedési együtthatóval bír, s hogy 559 mm. hosszúságban fokenként 0.000484 mm.-rel terjed ki jobban, mint Repsold mérőrúdja, miből a relatív kiterjedési összetényező:

$$\text{Richer} - \text{Repsold} = 0.00000086.$$

Ha tehát a két méterbeosztást össze akarjuk hasonlítani, akkor Richer adatait 0.000484 összetényezővel előbb 0-ra kell redukálni; ekkor Repsold javítása volna:

$$+ 0.0385 \text{ s a végeredményben a másodpercz-inga hossza: } L + 0.0684.$$

Miután azonban Richer azon hírben áll, hogy 0 foknál teljesen megvan az igazi hossza, de Repsold meg nem akarja hinni, hogy az ő méterje annyira hamis legyen, tehát e kérdést függőben kell hagyni. *)

A megfigyelések berendezése.

Hogy egy Bohnenberger-féle, reciproc tengelyekkel ellátott ingánál, melynek kitűnő alkalmazása Kater kapitány érdeme, a megfigyelések átszámításának minden nehézségei elessenek, a halhatatlan Bessel azt követelte, «hogy az inga külső alakjára nézve symmetricusan legyen szerkesztve, tehát miután a tömeg elosztására nézve symmetricus nem lehet, két egyenlő nagy, s az élek- (forgási tengelyek)-hez képest egyenlően elhelyezett lencse alakú súlylyal kell birnia, melyek egyike üres, a másik pedig fémmel van kiöntve. Ily szerkezet mellett a levegő befolyása számításán kívül esik,» **) azaz egy külsőleg symmetricus megfordítható inga adatait a légüres térre átszámítani nem kell. «Továbbá az inga kés-éleinek oly berendezéssel kell birniok, hogy azok egymással fölcserélthetessenek. Ez által az élek cylindricus alakjának befolyása, valamint a lengési alapnak hatása is teljesen elenyészik.»

*) Különben a mérőrúd összehasonlítás céljából már is elküldetett a nemzetközi mértékhitelesítő intézetnek, Breteuilben.

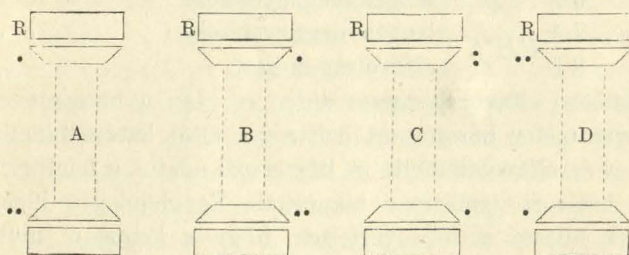
**) Bessel, Ueber die Länge des einfachen Secundenpendels. II, Abschnitt, § 31.

Repsold ingái ilyenek, ez elv szerint eltolhatatlan súlyokkal ellátott ingák, és változatlan alakjokkal mindkét élen közel egyenlő lengési idővel bírnak.

A mint már említém, műszerünknel az élek úgy, mint a lengési alap achatból készítvék. A két késél az inga két végén a súlylencséken belül alkalmazott fölszerelésekbe könnyen befektethető s csavarok által megerősíthető. Az üres súlynál alkalmazott kés-fölszerelés egyik oldalán «A. Repsold Hamburg 1885» felírással bír, s miután az egyik késél egyik végén egy pontot (.), a másik késél pedig egyik végén két pontot (..) visel, könnyű az ingának négy fölszerelését megkülönböztetni, melyeket sor szerint *A*, *B*, *C* és *D*-vel fogunk jelölni. Képzeljük el magunknak az ingát vertikális helyzetben úgy, hogy a *R* (epsold) val jelölt fölszerelés felül legyen, s *R*. maga bal felé nézzen, akkor legyen:

- A.* { él 1. fent, s jele (.) *R*.-nél.
 { él 2. lent, s jele (..) szintén bal felé irányítva.
- B.* { él 1. és él 2. fölszereléseikben megfordítvák, úgy hogy
 { most (.) és (..) jobbra néz.
- C.* { él 1. és él 2. egymással fölcseréltetik; a jelzet (..) fent, a
 { jelzet (.) lent ismét jobbra áll; végre
- D.* { mindkét él fölszerelésében fordítottatik meg; jelzet (..) *R*.-nél áll; jelzet (.) lent szintén balra néz.

Vagy egyszerűen schematice:



Mind a négy fölszerelésnél a késélek jelzetei egyfelé néznek; lehetne még négy fölszerelést összeállítani, melyeknél a késélek jelzetei mindig ellenkezőleg vannak irányítva, de miután

ez által az egyes élek a fölszerelésekben valami új fekvésbe nem jönnek, fentebbi 4 felszerelési mód teljesen elegendő.

Én az ingakészüléket úgy állítottam fel, hogy az inga lengési síkja a déllőbe esik; a késélek alapja tehát az első verticálisban fekszik.

Miután az ingát mind a négy fölszerelésében 4 féle módon lehet a lengési alapra felfüggesztetni, meg kell különböztetni, hogy R (epsold) f (ent) van-e, azaz a nehéz lencse lent, vagy R (epsold) l (ent) van e, azaz a nehéz lencse fent, s azonkívül még, hogy R kelet felé (E) vagy nyugot felé (W) van irányítva. Minden fölszerelés számára tehát következő négy helyzettel bírunk:

$$RWf.; RWl.; REl.; REf.$$

Én megfigyeléseimet úgy rendeztem be, hogy egy fölszereléssel egy délelőtt elkészültem, azaz mind a négy helyzetben éltávolókat mértem és lengési tartamokat figyeltem meg.

Az inga súlypont-meghatározásait — melyek a földnehez-ség levezetésére szükségesek — mindig a következő napok egyikén végeztem. Egy észlelési nap teendőit systematikus hibák kiküszöbölése végett, idő szerint szimmetrikusan osztottam el.

$$\begin{array}{lcl} 1 \} & RWf. & \left\{ \begin{array}{l} \text{éltávolság-mérés.} \\ \text{lengés-megfigyelések.} \end{array} \right. \\ 2 \} & & \\ 3 \} & RWl. & \left\{ \begin{array}{l} \text{lengés-megfigyelések.} \\ \text{éltávolság-mérés.} \end{array} \right. \\ 4 \} & & \\ 5 \} & REl. & \left\{ \begin{array}{l} \text{éltávolság-mérés.} \\ \text{lengés-megfigyelések.} \end{array} \right. \\ 6 \} & & \\ 7 \} & REf. & \left\{ \begin{array}{l} \text{lengés-megfigyelések.} \\ \text{éltávolság-mérés.} \end{array} \right. \\ 8 \} & & \end{array}$$

Minden éltávolság-mérés előtt és után a hőmérséklet a fémthermóméter háromszori leolvasása által határoztam meg, úgy hogy az éltávólok mellé írt hőmérséki adatok a fémthermóméter hatszori leolvasásán alapulnak. Egyidejűleg a higanyhőmérők állásai is följegyeztettek, hogy a kétnemű műszer közötti különbségeket meg lehessen állapítani, miután a lengési megfigyelések alatt csupán a higanyhőmérő volt távcsővel leolvasható.

Az éltávolság mérése.

Minden megfigyelés előtt az egész műszert rendbe kell hozni vagy legalább arról meggyőződni, hogy a műszer az utolsó megfigyelés óta változást nem szenvedett. Az első teendő az achat-lapot, melyre az élek függesztetnek, vízszintesen állítani, a mi egy kis libella és az állvány három lábsavara segítségével eszközölhető. Azután a comparátort, mely fent és lent egy-egy független beállítható és vízszintezhető leolvasási mikros-coppal bír, kell függőleges helyzetbe hozni. Ez a mikroskopokra helyezett libella segítségével és egy a comparátor alsó hegyét támasztó s az állvány alsó lapján négy vízszintesen működő csavar által jobbra-balra tolható rézdarabbal eszközölhető. Eltekintve, hogy a comparátor két mikroscoopia külön-külön emelhető és süllyeszthető, valamint nivellálható is, az egész comparátort szintén lehet emelni és süllyeszteni. Ennek mechanizmusa abban áll, hogy a comparátor alsó-csúcsa nem közvetlenül az említett rézdarabon nyugszik, hanem egy e rézdarabban függőlegesen járó finom csavar fejének középpontján. E szerkezet bámulatos precizióval van dolgozva, mert a comparátort egyszer nivellálva, tetszés szerint emelhetjük vagy süllyeszthetjük, a nélkül hogy vertikális helyzetében legkisebb csorbát is szenvedne. A mily kényelmes e berendezés egyrészt, oly végzetes lehet méréseinkre akkor, ha azokat tekintet nélkül ezen körülményre rendezzük be. Sokan távolságot comparátorral úgy mérnek le, hogy beállítván a szóban folyó távolság egyik végére, a comparátort elforgatják s a mérőrúd leptéin megteszik a leolvasást, azután átmennek ismét a lemérendő távolság másik végére és ugyan azt cselekszik másodszor. Így végezte p. o. Plantamour összes méréseit. Ez eljárás mindenesetre vigyázatlanságot involvál. Mert bármily csekély legyen is a comparátor alsó-hegyének surlódása az alapon, nincsen kizárva, hogy a comparátor forgatása által az alsó csavar legcsekélyebb forgást is szenvedjen. Probául többször pontosan beállítottam a felső mikroskop szálait a mérőrúd bizonyos vonalára, a comparátort elforgattam, s a mérőrúdra eszközölt újabb beállításnál szemmel látható változást lehetett észrevenni.

Ezeket szem előtt tartva, éltávolság-méréseimet következőképen végeztem. Először ráfordítom a comparátor mikroscoptjait a függő inga késéleire, beállítok fent, beállítok lent, s mindenütt leolvasok, azután átmenvén a mérőrúd léptéire, mindig két egymásra következő vonáshoz mérem a késélek beállítását.

Ha már most a comparátor merőlegesen van állítva, s a mikroscoptokat nivelláltuk a műszer további justirozása következőképen történik: az ingát a villaalakú segédkészülékkel szép lassan a lengési alapra függesztjük, s a felső mikroscoptot közelítés vagy távolítás által a felső élre pontosan beállítjuk. Ha ez megtörtént, a comparátorral a mérőrúdra meggyünk át és annak felső végét egy e célra alkalmazott csavarral addig közelítjük vagy távolítjuk a mikroskop irányában, míg a léptéket szintén tisztán látjuk. Erre a mérőrúdat, mely alól csúcsával hasonló szerkezeten nyugszik mint a comparátor, egy felfektetett vízszintezővel állítjuk merőlegesen; a comparátor alsó mikroscoptját pedig úgy igazítjuk, hogy abban a mérőrúd alsó részén lévő léptéket tisztán lehessen látni. Ha most az inga két éle egy vertikális síkban fekszik, akkor a comparátort az ingaélekre fordítván, az alsó élnek is tisztán kell jelenkezni az alsó mikroscoptban. De miután a függő inga soha abszolút nyugalomban nem lesz, az alsó él mindig határozatlan képet nyújt, hogy az ingát oly helyzetben tarthassuk meg, melyben alsó éle legélesebben látható, a műszer talapzatán egy csavarkészülék van alkalmazva, mely az inga alsó végét fixirozza.

A mérőrúd léptéi közvetlenül 0.1 mm. osztályozásúak, s miután két vonás közötti távolság a mikroscopt-mikrométer csavarának egy teljes fordulatával egyenlő, a mikrométer csavar dobja pedig száz részre van osztva, direkt mikronokat lehet leolvasni, s azok tizedrészeit becsülni. A leolvasás alkalmával mindenkor a lépték alacsonyabb és magasabb vonalára állítottam be, a csavar run-hibájának kiküszöbölhetése végett.

Az élek irányára merőlegesen a lengési lap fél henger alakban ki van köszörülve, úgy, hogy a felső mikroscoptban tiszta képét nyerjük a felső élnek, ha e nyíláson át hátulról tükörrel fényt reflectálunk a láttérbe. Az él ilyformán sötétben látszik a világos háttéren. Hasonló módon tükörvilágítással az alsó élt az alsó mikroscoptban tehetjük láthatóvá.

A mikroszkopok gyúszikjában két pár pókszál van kifeszítve, melyek közé beállításnál épen úgy az inga késéleit, valamint a lépték vonalait is hozzuk. A tapasztalás azonban azt tanítja, hogy — az irradiáció tüneténye folytán — egy sötét és egy világos terület határvonalát rossz helyen látjuk, a világos terület lát-szólag átnyúl a sötétbe: s ha a sötét élek és világos háttér közötti határvonalra állítunk be az éltávolságok mérésénél, akkor a távolságot nagynak fogjuk kapni. Hogy e hibát kikerülhessük, a műszerhez kis prizmákkal ellátott betétek vannak adva, melyek segítségével világos éleket állíthatunk elő sötét alapon. A világos élek mérésén alapuló éltávok ugyancsak az irradiáció miatt kelletténél kisebbek lesznek: de a két mérés középértékében a világítás hatása kiesik.

Egy éltávolság-mérés, mint a minők a következő táblázatban össze vannak állítva, 4 önálló mérés közepe úgy sötét valamint világos élekkel. Először mindig a sötétekre, s azután a világos élekre történt a beállítás.

A következő táblában közölt éltávok tehát 8 mérésen alapulnak. Az eredmények az észlelési napok szerint vannak felsorolva, oly sorrendben, mint a hogy mérettek. A közepek mellett a fémthermóméter állása jegyeztetett föl s összehasonlításul az egyidejű higanyhőmérői leolvasások középértékei, a lengések alkalmával följegyzett higanyhőmérői adatok átszámíthatása végett.

Kelet	Fel- szerelés és helyzet	Éltávolságok			sötét és világos közti különbség	Fémtherm.		Higany h.	
		sötét	világos	közép		leolv.	C°	C°	Reductió
1885.		mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	+	+	
Aug. 9	DRW f.	559·4464	559·4382	559·4423	+0·0082	0·5331	21·6	24·5	-2·9
"	DRW l.	·4435	·4360	·4398	+ 075	5761	27·2	28·7	-1·5
"	DRE l.	·4376	·4247	·4311	+ 129	5812	27·8	28·0	-0·2
"	DRE f.	·4421	·4326	·4374	+ 095	5982	30·0	30·7	-0·7
Aug. 12	CRW f.	·4430	·4396	·4413	+ 034	5423	22·8	25·4	-2·6
"	CRW l.	·4447	·4315	·4381	+ 132	5824	28·0	29·4	-1·4
"	CRE l.	·4507	·4354	·4430	+ 153	5925	29·3	30·7	-1·4
"	CRE f.	·4427	·4270	·4349	+ 157	6196	32·8	32·7	+0·1
Aug. 16	BRW f.	·4476	·4327	·4401	+ 149	4957	16·8	19·5	-2·7
"	BRW l.	·4372	·4342	·4357	+ 030	5450	23·2	25·4	-2·2
"	BRE l.	·4447	·4324	·4386	+ 123	5597	25·1	26·6	-1·5
"	BRE f.	·4401	·4303	·4352	+ 098	5900	29·0	29·3	-0·3
Aug. 20	ARW f.	·4423	·4341	·4382	+ 082	4978	17·1	18·7	-1·6
"	ARW l.	·4372	·4316	·4344	+ 056	5368	22·1	23·6	-1·5
"	ARE f.	·4433	·4367	·4400	+ 066	5470	23·4	24·9	-1·5
"	ARE l.	·4436	·4243	·4339	+ 193	5716	26·6	26·8	-0·2
Szept. 3	ARW f.	559·4466	559·4373	559·4420	+ 093	0·4840	15·3	17·9	-2·6
"	ARW l.	·4470	·4329	·4399	+ 141	5365	22·1	24·1	-2·0
"	ARE l.	·4497	·4365	·4431	+ 132	5501	23·8	25·4	-1·6
"	ARE f.	·4422	·4285	·4354	+ 137	5754	27·1	27·7	-0·6
Szept. 6	BRW f.	·4473	·4362	·4417	+ 111	5116	18·9	21·9	-3·0
"	BRW l.	·4416	·4352	·4384	+ 064	5600	25·1	26·9	-1·8
"	BRE l.	·4420	·4321	·4371	+ 099	5751	27·1	28·3	-1·2
"	BRE f.	·4376	·4282	·4329	+ 094	6008	30·4	30·7	-0·3
Szept. 8	CRW f.	·4457	·4360	·4408	+ 097	5096	18·6	21·2	-2·6
"	CRW l.	·4453	·4350	·4402	+ 103	5652	25·8	28·1	-2·3
"	CRE l.	·4443	·4349	·4396	+ 094	5882	28·7	30·0	-1·3
"	CRE f.	·4415	·4316	·4365	+ 099	6188	32·7	33·0	-0·3
Szept. 11	DRW f.	·4367	·4319	·4343	+ 048	4766	14·4	16·5	-2·1
"	DRW l.	·4473	·4367	·4420	+ 106	5292	21·1	22·9	-1·8
"	DRE l.	·4438	·4364	·4401	+ 074	5421	22·8	24·0	-1·2
"	DRE f.	·4359	·4325	·4342	+ 034	5620	25·4	24·5	-0·1
Közép:		559·4431 ₆	559·4332 ₂	559·4381 ₉	+0·0099 ₄	0·5548	24·44		

Ha ez adatok alapján, minden további megfontolás nélkül, az egyes mérések hibáira nézve avagy az ingarúd és mérőrúd közti viszonylagos kiterjedési együtthatóra nézve akarnánk felvilágosítást nyerni, úgy felette tévednénk. A csalódás a hőmérséki viszonyok alakulása folytán annál meglepőbb. Ha az első sor — augusztus havi — adatait, s éppen így a második sor — szeptember havi — adatait külön-külön a legkisebb négyzetek elmélete szerint tárgyaljuk, úgy, mint relatív kiterjedésiössztényezőt kapunk.

$$\text{az első 16 egyenletből } c = -\frac{0.07532}{313.96} = -0.0002399 \text{ mm.}$$

$$\text{a másik 16 egyenletből } c = -\frac{0.10322}{407.21} = -0.0002535 \text{ mm.}$$

azaz a mérőrúd jobban terjed ki mint az ingarúd.

E számok 559 mm. hossza érvényesek és egymással oly jól egyeznek, hogy egy ilyen coëfficiens reális lételeben, még a bevezetésben adott mérésekkel szemben is, alig szabadna kételkednünk; pedig e coëfficiens feltétele mellett a 9. oldalon közölt mérések középértékei között 0.0029 mm. különbségnek kellett volna mutatkoznia.

A dolog magyarázatát abban leli, hogy a *C* és *D* fölszerelések, melyeknél a (...) él van *R*-nél, mind a két sorozatban magasabb hőmérséknél mérettek, mint az *A* és *B* fölszerelések, melyeknél az (.) él van *R*-nél. Ha már most az élek helyzete befolyással van azok egymástóli távolságára, a különbség jelen megfigyelési sorban mint hőmérséki hatás jelentkezik. Pedig nem ok nélkül cseréltem fel a sorozatban a fölszerelések sorrendjét, de az időjárás hasonlót tett. Ha tehát a mérések középső hibája s. az esetleges kiterjedési együtthatóról akarunk valamit megtudni, csakis az összetartozó felfüggesztési módokat lehet egymással összevetni.

Él (.) fent		Él (...) fent	
<i>D</i> 559.4382 ₅	0.5572	<i>D</i> 559.4370 ₅	0.5425
<i>C</i> 4402 ₂	0.5821	<i>C</i> 4383 ₈	0.5726
+0.0019.7	+0.0249	+0.0013.3	+0.0301

Él (..) lent		Él (..) fent	
<i>B</i> 559·4374 ₈	0·5495	<i>B</i> 559·4374 ₅	0·5600
<i>A</i> 4373 ₈	0·5322	<i>A</i> 4393 ₅	0·5426
<hr/>		<hr/>	
+0·0001·0	+0·0173	—0·0019·0	+0 0174

összesen: $+0·0015 = +0·0897 \text{ } c = 11^{\circ}56 \text{ } c$

$$c = +0·0001298$$

Igy azt kapjuk ki, hogy az inga rúdja terjed ki jobban, mint a mérőrúd. Látnivaló tehát, hogy a c gyanánt nyert mennyiségek nem a hőmérsék függvényei, hanem a műszer állandóinak s az észlelési hibáknak a hőmérsékkel való kedvezőtlen kombinációjában rejlenek. A 8. oldalon közölt összeállításban minden rendszeres hiba ki van kerülve, s miután igen valószínű, hogy az ingarúd rézhengere s a mérőrúd rézhengere egy ugyanazon darab két része, nincs ok, hogy relativ hőmérséki összefüggést tételezzünk fel.

Ha az egyes mérések s a megfelelő közép közötti eltéréseket képezzük, egy mérés valószínű hibája gyanánt nyerünk:

$$\pm 0·0021$$

Azon felül megemlítendő még, hogy az éltávolságok:

$$\begin{array}{lcl}
 \text{ha } R \text{ fent: } \lambda = 559·4376 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} & 559·4382 \\
 R \text{ lent: } \lambda = & \cdot 4388 & \\
 \text{ha él (.) fent: } \lambda = 559·4383 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} & 559·4382 \\
 \text{él (..) fent: } = & \cdot 4381 &
 \end{array}$$

Az inga súlypontjának meghatározása.

Az inga súlypontjának meghatározására külön segédkészülék van a műszerhez adva (12. 13. és 14. ábra). Lényegében egy horizontalisan fekvő mérőrúdból (m) áll, melyen egy index (v') tetszés szerint tolható ide-oda s minden helyzetben y csavarral megerősíthető.

Ez index — illetve nonius — egy vízszintesen fekvő s a mérőrúd irányára merőleges kettős-conussal (c) áll összeköttetésben, mely utóbbira az inga rudját vízszintesen lehet fektetni, s a conus forgatása által jobbra-balra tolni, míg az inga súlypontja a kettős conus symmetriai vonalába esik, s az inga vízszin-

tes fekvésében az érintkezési pontokon keresztül vont egyenesen lebeg. Egy kis csavar (r) segítségével a conusnak oly csekély forgást lehet adni, hogy az ingát vízszintes helyzetében könnyen egyensúlyba hozhatni.

E súlypont-meghatározó készülék egyik végén egy mikrométer csavar (s) segítségével egy hüvely (p) tolható el a mérőrúdon, mely egyrészt egy, a mérőrúd léptéihez illő noniust (v), másrészt pedig egy kis érzékeny emeltyűszerkezetet e visel, melyet érintkezésbe lehet hozni az inga egyik késének élével. Mihelyest az inga teljes egyensúly-helyzetében az él és az emeltyű érintkezését elértük; akkor az utóbb említett nonius leolvasásának és a conussal együtt járó index (v') állásának különbsége adja: a súlypontnak az érintett éltől való távolságát, kivonván ebből két állandó távolságot; u. m. az index és a conus tengelye közti távolságot, nem különben az emeltyűszerkezet érintési pontjának távolát a vele járó nonius zéruspontjától.

Az emeltyűszerkezet leolvasását a -val, a conus állását pedig b -vel akarom jelölni, ha azon felül ama két állandó távolság összegét x -vel jelöljük, akkor az érintett él távolsága az inga súlypontjától:

$$h = b - a + x$$

Ha most a conust addig toljuk el a mérőrúdon, hogy az inga fordított helyzetben, ismét a másik él és az emeltyűszerkezet érintkezésekor van egyensúlyban, és a conus állásának leolvasását b_1 -vel, az emeltyű noniusának állását pedig a_1 -val jelöljük, akkor a súlypont a most érintet éltől h_1 távolságban van, és:

$$h_1 = b_1 - a_1 + x$$

Legyen h_1 a könnyebb ingavég késélének távola, a súlyponttól, míg h jelentse a súlyosabb ingavégen lévő késél súlyponti távolságát, úgy hogy $h_1 > h$.

A mérési eredmények: $b - a = A$
 $b_1 - a_1 = B$

tehát:
$$\left. \begin{array}{l} h = A + x \\ h_1 = B + x \end{array} \right\} x = \frac{h_1 + h}{2} - \frac{B + A}{2}$$

De miután $h_1 + h$ nem egyéb, mint a késélek egymástóli távolsága λ

$$h = \frac{\lambda - B + A}{2}; h_1 = \frac{\lambda + B - A}{2}$$

Ha σ -val jelöljük a súlypont távolságát a symmetriai középponttól, akkor:

$$\sigma = \frac{h_1 - h}{2} = \frac{B - A}{2}$$

Miután az emeltyűszerkezet megkívánja, hogy az élek az érintkezésnél vertikálisan álljanak, az ingát A és B meghatározásánál kétféle módon fektethetjük; R fent és R lent. Az emeltyűszerkezet a bal oldálon van alkalmazva, tehát R bal-nál a_1 és b_1 , R jobb-nál pedig a és b olvastatnak le. A következő táblázat magában foglalja a súlypont meghatározására eszközölt összes megfigyeléseket.

Kelet	Felszerelés és helyzet	R jobb		R bal		Hő C°
		a	b	a_1	b_1	
1885.		mm.	mm.	mm.	mm.	
Aug. 12.	DR f.	6·50	80·56	3·53	270·33	20·3
" "	DR l.	6·61	80·56	3·57	270·33	
" "	DR f.	6·30	80·35	3·49	270·27	21·9
" "	DR l.	6·33	80·35	3·52	270·27	
Aug. 15.	CR f.	6·18	80·24	3·36	270·18	21·1
" "	CR l.	6·20	80·24	3·33	270·18	
" "	CR f.	6·46	80·49	3·31	270·18	22·4
" "	CR l.	6·50	80·49	3·34	270·18	
Aug. 19.	BR f.	6·07	80·14	3·22	270·04	22·8
" "	BR l.	6·08	80·14	3·24	270·04	
" "	BR f.	6·24	80·27	3·41	270·21	24·3
" "	BR l.	6·20	80·27	3·40	270·21	
Aug. 26.	AR f.	6·12	80·19	3·43	270·28	22·9
" "	AR l.	6·14	80·19	3·49	270·29	
" "	AR f.	6·06	80·08	3·50	270·31	25·0
" "	AR l.	6·06	80·08	3·49	270·31	

Kelet	Felszerelés és helyzet	R jobb		R bal		Hő C°
		a	b	a ₁	b ₁	
1885.		mm.	mm.	mm.	mm.	
Szept. 5.	AR f.	5·98	80·07	3·26	270·12	26·3
"	AR l.	6·04	80·07	3·28	270·11	
"	AR f.	6·27	80·36	3·23	270·02	27·0
"	AR l.	6·35	80·36	3·20	270·03	
Szept. 7.	BR f.	6·13	80·22	3·47	270·33	20·9
"	BR l.	6·19	80·22	3·52	270·33	
"	BR f.	6·20	80·28	3·53	270·39	22·9
"	BR l.	6·23	80·28	3·55	270·39	
Szept. 9.	CR f.	6·20	80·28	3·30	270·13	23·6
"	CR l.	6·23	80·28	3·31	270·13	
"	CR f.	6·16	80·22	3·32	270·14	23·9
"	CR l.	6·18	80·22	3·33	270·14	
Szept. 12.	DR f.	6·25	80·35	3·43	270·24	17·8
"	DR l.	6·32	80·35	3·49	270·24	
"	DR f.	6·26	80·35	3·75	270·53	18·2
"	DR l.	6·28	80·35	3·72	270·53	

Ha *A* és *B* értékeit képezzük, de *R* f. és *R* l. külön tartjuk :

Kelet	Fel-szerelés	A		B	
		R fent	R lent	R fent	R lent
1885.		mm.	mm.	mm.	mm.
Aug. 12.	D	74·055	73·985	266·790	266·755
" 15.	C	045	74·015	845	845
" 19.	B	050	065	810	805
" 26.	A	045	035	830	810
Szept. 5.	A	090	020	825	830
" 7.	B	085	040	860	825
" 9.	C	070	045	825	815
" 12.	D	095	050	795	780
Közép		74·067	74·032	266·823	266·808
valószínű hiba		±0·006	±0·006	±0·006	±0·007

A második sorozat közép értékben mind a négy adatot átlagban 0.016 mm.-rel nagyobbban szolgáltatja, mint az első sorozat; a megfelelő közép hőmérsékek pedig, + 22.59 és + 22.58, egyenlők. Az ok valószínűleg az emeltyűszerkezetben időközben történt változás, mely jóllehet x értékén változtat, de h és h_1 meghatározására befolyással nincsen.

Azonkívül feltűnő, hogy R fent A -nál is, B -nél is nagyobb értéket ad, mint R lent.

Ha a közepeket, mint legvalóbbszínű értékeket fogjuk fel:

$$A = 74.050$$

$$B = 266.816$$

s a többi ismeretlen:

$$\sigma = 96.383$$

$$x = 109.286$$

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = 376.102 \\ h = 183.336 \end{array} \right\} \frac{h_1}{h} = 2.051$$

A lengési tartamok megfigyelése.

A lengési tartamok levezetésére, igen természetes, az összlengések — coïncidentiák — módját választottam, melynél azon időpontok figyeltetnek meg, melyekben a kísérleti inga és az összehasonlító óra ingája egyszerre megy a nyugvási helyzetén keresztül. Miután a mi megfordítható ingánk közepes lengési ívnél körülbelül 0.752 58 csillagsecunda lengéstartammal bír, s így egy secundára 1.32877 lengés esik, az inga közel 4 lengést fog 3 secunda alatt végezni. Minden 4 lengés azonban fázisában kissé visszamarad, elkésik, és bizonyos idő után — a mikor t. i. a különbség $1\frac{1}{3} - 1.32877 = 0.00457$, melylyel az inga minden secunda alatt késik, az egységet elérte — a csillagóra ingájával ismét együtt fog lengeni. Jelen esetben ez

$$\frac{1}{0.00457} = 219 \text{ secunda után történik.}$$

Irjuk fel az inga fázisait néhány, egy coïncidentiára következő, másodperc száma:

0 másodp. =	0·00000	lengés	"	"	"	"
1 " =	1·32877	"	"	"	"	"
2 " =	2·65753	"	65	"	=	86·36986 "
3 " =	3·98630	"	66	"	=	87·69862 "
4 " =	5·31507	"	67	"	=	89·02739 "
5 " =	6·64383	"	68	"	=	90·35616 "
6 " =	7·97260	"	69	"	=	91·68492 "
7 " =	9·30137	"	70	"	=	93·01369 "
8 " =	10·63014	"	71	"	=	94·34246 "
9 " =	11·95890	"	72	"	=	95·67122 "
10 " =	13·28767	"	73	"	=	96·99999 "
11 " =	24·61644	"	74	"	=	98·32876 "
12 " =	15·94520	"	75	"	=	99·65753 "
" " "	"	"	76	"	=	100·98629 "
" " "	"	"	77	"	=	102·31506 "

A 0 secundával összelengő lengés a 3-ik, 6-ik, 9-ik stb. secundához képest mindig visszamarad, s hogy újra coïncidáljon, egy teljes lengést kell vesztenie. Ha az első secundával összeeső lengesi fázist veszszük szemügyre, azt látjuk, hogy az ettől négyenkint tovább számított lengés-számok ugyanazon mennyiséggel csökkennek: de ezeknek egy következő coïncidentiaig nem egy egész, hanem csak $\frac{1}{3}$ lengést kell veszteni. Ha x a két egymásra következő együttlengés közt elmúlt csillagmásodpercek száma, akkor az időköz lengések egységében kifejezve:

$$x \cdot 1\cdot32877 = x + \frac{x - 1}{3}$$

tehát: $x = 73$ secunda, melynek megfelel: $73 + \frac{73 - 1}{3} = 97$

lengés. Nem szükséges tehát az ingások számát számlálni, a csillagmásodperc följegyzése az ingások száma iránt minden kétiséget kizár.

Mielőtt az összlengések felfogásának pontosságáról valamit mondanék, le akarom tüzetesebben írni azon berendezést, melyet az összlengések megfigyelése végett foganatosítottam.

A m. kir. meteor. intézet földmágnességi területén lévő kis meridián-kunyhó keleti oldalához egy kis póthelyiséget rekesztettem be fával és láttam el felső világítással. E helyiség közepén

egy 70 cm. magas, téglából épített s egy kőalappal fedett oszlop emeltetett a reversionális inga-készülék fölvételére. A tért a meridián-kunyhótól ajtó választá el. A meridián-oszloptól kissé nyugatra egy erős faállványt eresztetünk be a földbe, melyen a lengések megfigyelésére szolgáló ingaóra (Dent Nr. 734) lőn megerősítve. Az ingakeszülék valamint az óra lengési síkjaikkal a meridiánban állottak 2·8 méter egymástóli távolban. Az összlengések megfigyelésére szükséges pillanat-képeket maga az óra ingája szolgáltatta, miután alsó végéhez egy, $1\frac{1}{2}$ milliméter széles és 70 milliméter hosszú vertikális hasadékkal bíró, megfeketített pakfonlemez lett erősítve. Az óra átlukasztott hátfalán keresztül, közvetlenül említett lemez mögé, egy igen rövid gyútávólú, de fényerős távcső helyeztetett el, melynek objectiv nyílása egy hasonló réssel bíró lemezzel volt elzárva.

A távcső azonkívül az ingakeszülék alján lévő fok-ívre irányított be. E távcső objectiv nyílása 63 mm., gyútávola pedig 110 mm. volt, s egy Ramsden-féle ocular alkalmazása a képet 5-szörös nagyításban mutatta. Az ily módon, az órainga lengése folytán másodpercenként, csak pillanatig látható képek tiszták és világosak voltak, s rövid gyakorlat után képes voltam, a coëncidentiákat világos környezetben is megfigyelni.

De miután az ingakeszülék alján lévő fokív csak 10—10 minutára van osztva, s a vonások azon kívül oly vékonyak, hogy a pillanatnyi képben alig foghatók fel; kénytelen voltam az inga nyugvás-helyzetének megfigyelésére más jelzésről gondoskodni, mint a minőt a fok-ív nyújtani képes. Az inga végei kúp alakban vannak esztergálva, s a távcsőben tehát mint egy közel 90 fokú szöglet mutatkoznak. Körülbelül 30 cm. távolságban az inga lengési síkja mögött tehát, egy befeketített merőlegesen álló fémlamezt alkalmaztam, és ebbe egy alig $2\frac{1}{2}$ mm. területű nyílást vágtam, mely lefelé derékszögben van kireszelve. Hogy e kis szív-alakú nyílást igen szembetűnővé tegyem, azt hátulról éles vörös fényvel világítottam meg. Ha e kis nyílás alsó szegletét egy irányba állítjuk a nyugvó inga alsó hegyén s a távcső objectivjának középpontján keresztül menő egyenessel, akkor a pillanatképben a vörös fénypont teljesen el lesz fedve.

Talán nehéz sem volna, oly szerkezetet kigondolni, mely az összlengésnél fénytűneményt nem fed el, hanem még inkább

olyat okoz. De így könnyen megeshetnék, nevezetesen nagyobb lengési szögeknél, hogy az összelengés — mert csak minden negyedik lengést látjuk — elvész, a mi az általam alkalmazott módnál tulajdonképen nem történhetik meg, mert minden pillanat-képben átlátjuk a helyzetet s az együttlengés másodperczeit már előre sejtjük. Azonfelül e módnál a megfigyelés nem fárasztó, már néhány percczel a coincidentia előtt, az inga hegyét az egyik oldalról jöve lassan a fényterületbe hatolni látjuk, mi által előkészülünk az összelengés momentumának pontos felfogására.

Hogy némi fogalmat nyerjünk azon pontosságról, mely egy összelengés megfigyelésében elérhető, gondoljuk meg, hogy minden negyedik lengés — minden 3. pillanat-képben észlelhető —

$\frac{1}{73}$ lengéssel késik el. Most az a kérdés, a lengési íven a nyugvás

helyzetéhez közel, $\frac{1}{73} = 0.0137$ lengésnek mily linear út felel meg. α legnagyobb elongatióval, λ hosszúságú inga sebessége β lengési szögnél:

$$c = \sqrt{g\lambda(\alpha^2 - \beta^2)} \sin 1'$$

s az ingavég útjának differenciálja:

$ds = c dt = L \cdot d\beta \sin 1'$, hol L az alsó ingavég távolságát a felső késéltől jelenti (jelen esetben 63 cm.).

Ebből: $dt = \frac{L d\beta}{\sqrt{g\lambda(\alpha^2 - \beta^2)}}$, de miután, ha T a lengési

tartam, $\frac{1}{\sqrt{g\lambda}} = \frac{T}{\pi\lambda}$, következik:

$$t = \frac{TL}{\pi\lambda} \cdot \arcsin \frac{\beta}{\alpha} \int_0^{\beta}$$

T egységül véven, a mi esetünkben $t = 0.0137$, és

$$\beta = \alpha \cdot \sin \frac{t\pi\lambda}{L} = 0.0382 \alpha$$

Tehát: $\alpha = 150'$ $\beta = 5'.73$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{s az út hossza} \\ \text{a fok-íven} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} = 1.05 \text{ mm.} \\ = 0.84 \text{ " } \\ = 0.63 \text{ " } \\ = 0.42 \text{ " } \end{array} \right.$

Ezek azon utak, melyeket α legnagyobb elongatió mellett az inga alsó csúcsa 3 csillagmásodperc alatt a momentan képen látszólag végez. De miután, mint a tapasztalásból meggyőződtem, a kis nyílást viselő lemeznek csak $\frac{1}{5}$ milliméternyi azimutális eltolása már fényt mutat a nyugvó inga alsó hegyének egyik oldalán, úgy tehát középértékben egy összlengést $\frac{0.63}{0.2} \times 3 = 1$ másodpercre pontosan fogunk felfogni, a mi az időpont $\pm \frac{1}{73} = \pm 0.014$ -ra való pontos megállapításával egyértelmű.

Ha tehát egy 2300 vagy 1800 lengésből álló időtartam kezdő pontját 6 összlengési megfigyelésből állapítjuk meg, és hasonlóképpen a végpontot is; az egész tartam hibája:

$$\pm \frac{0.014}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{2} = \pm 0.00808$$

s a lengés-időben fönmaradt hiba $\pm 0.0000035 \dots \pm 0.0000045$; közel olyan, hogy a másodperc-inga egyszeri megfigyelésből 0.01 milliméterre pontosan legyen meghatározva.

Talán különösen hangzik, ha itt az összlengésnek 1 másodpercre való pontos felfogásáról szóllottam, holott csak minden 3. másodperc nyújt az összlengésre szóló pillanat-képet; de a gyakorlat azt tanítja, hogy a meghatározás még pontosabb. Valamely összlengés beállta előtt az inga hegyének egyik oldalán az összlengés elmulta után a másik oldalán látunk csekély vörös fényt, mely úgyszólván csak az inga-vég kúpjának oldaláról vettetik vissza. Ha most egy összlengés pontosan esik össze egy pillanat-képpel, akkor a három secundával előbb az inga-vég egyik oldalán, s a három secundával később az inga-vég másik oldalán mutatkozott fény egyenlő intenzitású lesz, és a gyakorlat megengedi, hogy a két fény intenzitásából az összlengés pillanatára következtethessünk: ha az együttlengési momentum előtti fény kisebb a 6 secundával később az inga-vég másik oldalán észlelt féynél, akkor a coïncidentia a 0 és harmadik secunda közé esik, tehát mind a kettőt felírjuk s a közép értéket vesszük. Hasonlóképen járunk el, ha, nevezetesen még nagy lengési szögeknél, a mikor az inga igen gyorsan megy át a nyugvó helyzeten, megesik, hogy a fénypont teljes elfedését nem is lát-

juk, egyszer jobb fele van elfödve, s 3 perez mulva bal fele, ilyenkor is két — egymástól 3-mal különböző — secundát irunk fel. Ha a lengési szög már igen apad, a fénypont elfödése gyakran kétszer egymás után észlelhető, ekkor szintén két secunda jegyeztetik fel, míg ha esetleg nagyon kis lengési ívnél 3 fedést látunk egymás után, a középső óraidejét fogjuk följegyezni. Különben a gyakorlat az együttlengési tünetény legkülönbözőbb lefolyása mellett is megtanít a helyes időpont fölfogására.

Még megemlítendő, hogy a hátulsó lapban lévő kis nyílás alsó szeglete ritkán áll az azimutban egészen pontosan. Az inga tehát jobbról jöve esetleg még a nyugvó helyzet előtt fedi el a pillanat-képben a fényes vörös pontot, ilyenkor az összlengést korán figyeljük meg; de miután a következő összlengésnél az inga a másik oldalról jön s tehát a fénypontot kelleténél későbbben fedi; páros számú megfigyelések közepértékéből e hiba kiesik.

A mint már említém, ingánk lengési ívei igen gyorsan csökkennek, kényszerítve voltam tehát e lengés-megfigyeléseket nagy kitéréseknél megkezdeni, a nélkül hogy nagyobb számú lengést figyelhettem meg, mint *R f.* helyzetben 2300-at, és *R l.* helyzetben 1750-et. De czélszerűnek tartottam a lengési időköz elején, végén és közepén mindig hat együttlengést megfigyelni. Az első összlengéstől számítva minden további megfigyelt coincidentia számára a lengési számot megállapítván, a hat lengési szám középértékét, mint a hat feljegyzett óraidő középértékének megfelelőt tekintettem.

E módon minden lengési sorban tulajdonképen két időközt nyerünk a megfelelő lengések számával.

A lengések megfigyelésénél következőképen jártam el: Az összlengések megfigyelését átlag 165' kitérésnél kezdtem meg. Hat összlengést följegyezvén, *R f.*-nél 7, *R l.*-nél 4 coinzindetiát kihagytam, azután ismét hatot megfigyelvén, a további 7-et vagy 4-et megint kihagyván a sort újabb hat összlengés-észlelésével bevégeztem. Tehát *R f.*-nél a sorok 30, *R l.*-nél 24 összlengést foglalnak magokban.

Hogy a mondottakat kiegészítsem, két lengési sort és annak átszámítását körülményesen akarom közölni. Ez okból egyet *R f.*-ből és egyet *R l.*-ből választok. Igenis kiválasztom, hogy

egyrészt a fénypont helyes állására, másrészt annak ferde állására nyújtsak példát:

1885 Aug. 20.

ARE lent.

C°	24.6	24.4	24.8	Lengési iv	
Az összlengések óraideje	8 ^h 54 ^m 48 ^s	9 ^h 5 ^m 21 ^s — 24 ^s	9 ^h 16 ^m 18 ^s	8 ^h 53 ^m .5	2°55'
	55 55	6 37 —40	17 25	9 1.0	1 49
	57 8	7 44 —47	18 44	4.0	1 31
	58 15	9 3	19 48—51	12.0	1 2
	59 28—31	10 10	21 10	15.0	0 54
	9 0 35—38	11 29	22 14—17	22.5	0 38.5
C°	24.3	24.6	25.3		

és

1885 Szept. 8.

CRE fent.

C°	31.4	31.9	32.2	Lengési iv	
Az összlengések óra-ideje	11 ^h 53 ^m 33 ^s — 36 ^s	12 ^h 7 ^m 33 ^s	12 ^h 21 ^m 39 ^s — 42 ^s	11 ^h 52 ^m .5	2°50'
	54 43	8 43	22 52	12 0.0	2 9
	55 53	9 53	24 2—5	6.5	1 49
	57 3	11 3—6	25 15	14.0	1 30
	58 13	12 13—16	26 25	20.5	1 18
	59 23	13 26	27 35—38	28.5	1 4
C°	31.7	32.1	32.3		

Ez időpontokhoz nem nehéz a megfelelő lengésszámokat megtalálni:

ARE lent.

Lengések száma	Óra-idő	Lengések száma	Óra-idő	Lengések száma	Óra-idő
0	8 ^h 54 ^m 48 ^s	843	9 ^h 5 ^m 22 ^s .5	1714	9 ^h 16 ^m 18 ^s
89	55 55	944	6 38.5	1803	17 25
186	57 8	1033	7 45.5	1908	18 44
275	58 15	1136	9 3	1995	19 49.5
374	59 29.5	1225	10 10	2102	21 10
463	9 0 36.5	1330	11 29	2189	22 15.5
Közép	231 ¹ / ₆	1085 ¹ / ₆	9 8 24.75	1951 ⁵ / ₆	9 ^h 19 ^m 17 ^s .00
Hő	24.45		24.50		25.05

CRE fent.

Lengések száma	Óra-idő	Lengések száma	Óra-idő	Lengések száma	Óra-idő	
0	11 ^h 53 ^m 34 ^s 5	1114	12 ^h 7 ^m 33 ^s	2240	12 ^h 21 ^m 40 ^s 5	
91	54 43	1207	8 43	2335	22 52	
184	55 53	1300	9 53	2430	24 3·5	
277	57 3	1395	11 4·5	2525	25 15	
370	58 13	1488	12 14·5	2618	26 25	
463	59 23	1583	13 26	2713	27 36·5	
Közép	230 ⁵ / ₆	11 56 28·25	1347 ⁵ / ₆	12 10 29·00	2476 ⁵ / ₆	12 24 38 ⁸ / ₅
Hő	31·55		32·00		32·25	

Ha a második sor lengésszámainak különbségeit képezzük, találunk :

91	93	95
93	93	95
93	95	95
93	93	93
93	95	95

A különbségek nem váltakoznak határozott értelemben : a fénypont tehát helyén állott. A különbségek lassú növekedése a lengési tartam csökkenésére vall.

Ellenben az első sor különbségei :

89	101	89
97	89	105
89	103	87
99	89	107
89	105	87

Itt a világító pont azimutális hibája tisztán látható, és a jobboldali és baloldali lengés közötti különbség, igen természetes, növekszik a lengési szög csökkenésével.

E sorokból látni továbbá, mint csökken a lengési idő, s mikép növekedik két összlengés időköze, s végre hogy a fénypont helytelen állásából eredő hiba kiesik : mert az időközök középértékben :

	I	II	III	
R f.-nél	92·67	93·67	94·00	lengés
R l.-nél	93·50	96·00	96·83	"

$$\text{Mindkét esetben : III} - \text{II} = \frac{\text{II} - \text{I}}{3}.$$

A megfigyelt lengés-idők átszámítása.

A levezetett óraidőközöknek a lengésszámokkal történt osztása által nyert durva lengés-idők, különböző átszámításokat igénylenek még: az óra járása miatt; a lengés-szög miatti javítást — a végtelen kis lengési szögre való átszámítást; a változó hőmérsék miatt egy közepső hőfokra való átszámítást; és végre a csillagsecundák átváltoztatását közepső secundákra.

Időmeghatározások.

Az időmeghatározások egy a meridiánban felállított Ertel-féle theodolittal és magával a 734. számú Dent-féle ingaórával, és pedig a hányszor lehetett, este két sarkcsillag és 5—6 déli csillag figyeltetett meg, de közben az ellenőrzés miatt Napátmeneteket is vettem. Az óra hátsó falával facölöpökhöz volt erősítve, ezek idővel megvetemedtek, úgy hogy 17-én — a nélkül, hogy az órát megállítottam volna — hátsó falát egyik sarkán lévő csavarral addig engedtem a faállványtól elválni, míg egy ék közbetolása által vertikális helyzetét visszanyerte. Később már nem vettem észre további megvetemedést az állványon. Miután a meteor. intézet egy kielégítő járású boxchronométerrel — Dent 1961 sz. — bir, minden megfigyelés előtt és után a két órát összehasonlítottam. 14 esteli és 11 déli időmeghatározás alapján a megfigyelési napok számára, a következő órajárásokat állapítottam meg:

1885 aug.	9	+ 1 ^h 33
"	12	+ 2 ^h 41
"	16	+ 1 ^h 72
"	20	— 0 ^h 10
szept.	3	— 3 ^h 53
"	6	— 3 ^h 40
"	8	— 2 ^h 92
"	11	— 3 ^h 00

A 16-ik és 20-ik augusztus közötti járásváltozás az óra helyzetében történt igazítás rovására esik. Augusztus utolsó

napjaiban az órát egy ízben megállítottam — volt egy vendégem, ki nyugvó ingánál kívánta a lengéseket látni — s így járása is némileg megváltozott.

A lengési ív csökkenésének vizsgálata.

Miután a lengés-ívek gyors csökkenése miatt aránylag nagy íveknél kellett megfigyelnem, nehogy a lengéstartam meghatározásában e körülményből nagy hibaforrás támadjon, szükséges volt az ívek csökkenésének törvényét tüzetesen tanulmányoznom. Tehát mind a négy fölszereléssel és mind a négy helyzetben 3—3 minutánként történtek lengésív-megfigyelések. Következő táblázatok R f. számára és R l. számára külön összeállításban tartalmazzák a megfigyelt íveket.

R fent.

[illegible]

A középértékekből a lengési ívet t függvény gyanánt a legkisebb négyzetek módja szerint levezetve :

$$\varphi = 68^{\circ}874 - t \cdot 3.29740 + t^2 \cdot 0.0101861 - t^3 \cdot 0.0038094 + t^4 \cdot 0.000108625.$$

E képlet összehasonlítása a középértékekkel $\pm 0'.16$ közepső hibát szolgáltat. E képletet csillagidőre átszámítva :

$$\varphi = 68^{\circ}874 - t \cdot 3.28840 + t^2 \cdot 0.0101305 - t^3 \cdot 0.0037783 + t^4 \cdot 0.000107442.$$

Az inga kétféle felfüggesztésére talált képletek szerint a lengési ív csökkenésének normal menetét akarom számítani csillagminutáról csillagminutára ; s azon kívül még az első differenciál hányadosokat is be akarom iktatni.

Minuta csillag idő	R fent		R lent		Minuta csillag idő	R fent		R lent	
	φ_1	$\frac{d\varphi_1}{dt}$	φ	$\frac{d\varphi}{dt}$		φ_1	$\frac{d\varphi_1}{dt}$	φ	$\frac{d\varphi}{dt}$
-27	159.68	-5.13			0	74.91	-1.83	68.87	-3.29
-26	154.65	-4.92			+ 1	73.11	-1.77	65.68	-3.09
-25	149.83	-4.72			+ 2	71.36	-1.72	62.68	-2.92
-24	145.20	-4.54			+ 3	69.67	-1.66	59.83	-2.77
-23	140.75	-4.36			+ 4	68.03	-1.61	57.13	-2.63
-22	136.48	-4.18			+ 5	66.44	-1.57	54.56	-2.51
-21	132.39	-4.01			+ 6	64.89	-1.52	52.11	-2.39
-20	128.46	-3.85			+ 7	63.39	-1.48	49.78	-2.27
-19	124.68	-3.70			+ 8	61.93	-1.44	47.56	-2.16
-18	121.05	-3.55			+ 9	60.51	-1.40	45.45	-2.07
-17	117.57	-3.41			+10	59.13	-1.36	43.42	-1.98
-16	114.23	-3.28	169.92	-11.17	+11	57.79	-1.32	41.50	-1.86
-15	111.01	-3.15	159.18	-10.32	+12	56.49	-1.28	39.70	-1.75
-14	107.92	-3.03	149.26	-9.53	+13	55.22	-1.25	38.01	-1.63
-13	104.95	-2.91	140.11	-8.78	+14	53.99	-1.21	36.45	-1.49
-12	102.10	-2.80	131.68	-8.09	+15	52.79	-1.17	35.03	-1.35
-11	99.35	-2.69	123.91	-7.46	+16	51.64	-1.14		
-10	96.71	-2.59	116.74	-6.88	+17	50.51	-1.10		
- 9	94.16	-2.50	110.13	-6.35	+18	49.43	-1.06		
- 8	91.71	-2.41	104.03	-5.85	+19	48.38	-1.03		
- 7	89.34	-2.32	98.41	-5.40	+20	47.36	-0.99		
- 6	87.06	-2.24	93.21	-5.00	+21	46.39	-0.95		
- 5	84.86	-2.16	88.39	-4.64	+22	45.45	-0.91		
- 4	82.73	-2.09	83.92	-4.31	+23	44.56	-0.87		
- 3	80.68	-2.02	79.76	-4.01	+24	43.70	-0.83		
- 2	78.69	-1.95	75.89	-3.74	+25	42.89	-0.79		
- 1	76.77	-1.89	72.27	-3.15	+26	42.13	-0.75		

E táblázatból kitűnik, hogy R . lent-nél a lengési ívek több mint 2-szer oly gyorsan csökkennek, mint R . fent-nél. $\frac{d\varphi}{dt}$ értékei:

$$72' \cdot 24 - 45' \cdot 45 \text{ között } \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = 1' \cdot 31$$

$$72' \cdot 27 - 45' \cdot 45 \text{ között } \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = 2' \cdot 69, \text{ s a hányados}$$

$$= 2 \cdot 053, \text{ mi közel egyenlő } \frac{h_1}{h} = 2 \cdot 051 \text{ (pag. 22) értékével.}$$

A lengés-idő reductiója a végtelen kis szögre, φ félelonga-tió mellett, $\left(1 - \frac{\varphi^2}{16} \cdot \sin^2 1'\right)$ -vel való szorzás által történik. Miután pedig φ mint az idő függvénye ismeretes, nem lesz nehéz a fentebbi összetényezőt is mind a két felfüggesztési mód számára, az idő függvényekép kifejtteni.

Legyen $\frac{\varphi^2}{16} \sin^2 1' = r$, akkor, R fent számára:

$$\begin{aligned} r_1 = & 296 \cdot 77 + \overline{1_n \cdot 161176} \cdot t + \overline{9 \cdot 611526} \cdot t^2 + \overline{7_n \cdot 981580} \cdot t^3 + \\ & + \overline{6 \cdot 312206} \cdot t^4 + \overline{4_n \cdot 49115} \cdot t^5 + \overline{2 \cdot 5800} \cdot t^6 + \\ & + \overline{0_n \cdot 6273} \cdot t^7 + \overline{(8 \cdot 540 - 20)} \cdot t^8. \end{aligned}$$

és R lent számára:

$$\begin{aligned} r = & 250 \cdot 87 + \overline{1_n \cdot 379402} \cdot t + \overline{0 \cdot 117225} \cdot t^2 + \overline{8_n \cdot 79768} \cdot t^3 + \\ & + \overline{7 \cdot 42154} \cdot t^4 + \overline{5_n \cdot 89128} \cdot t^5 + \overline{4 \cdot 2802} \cdot t^6 + \\ & + \overline{2_n \cdot 6328} \cdot t^7 + \overline{0 \cdot 782} \cdot t^8. \end{aligned}$$

E képletekben r a csillagmásodpercz hetedik tizedének egységében értendő, az idő előtt álló, horizontalis vonal alatti számok a megfelelő összetényezők logarithmusai. Ugyanez áll a következő két képletről:

$$R \text{ fent számára: } \int_0^t r_1 dt = (t - 0) \text{ Reduct.} = 296.77 \cdot t +$$

$$\begin{aligned} &+ 0_n \cdot 860146 \cdot t^2 \\ &+ 9 \cdot 134405 \cdot t^3 - 10 \\ &+ 7_n \cdot 379520 \cdot t^4 - 10 \\ &+ 5 \cdot 613236 \cdot t^5 - 10 \\ &+ 3_n \cdot 71300 \cdot t^6 - 10 \\ &+ 1 \cdot 73490 \cdot t^7 - 10 \\ &+ 9_n \cdot 7242 \cdot t^8 - 20 \\ &+ 7 \cdot 585 \cdot t^9 - 20 \end{aligned}$$

$$R \text{ lent számára: } \int_0^t r dt = (t - 0) \cdot \text{Reduct.} = 250.87 \cdot t +$$

$$\begin{aligned} &+ 1_n \cdot 0783721 \cdot t^2 \\ &+ 9 \cdot 640104 \cdot t^3 - 10 \\ &+ 8_n \cdot 195619 \cdot t^4 - 10 \\ &+ 6 \cdot 722565 \cdot t^5 - 10 \\ &+ 5_n \cdot 113132 \cdot t^6 - 10 \\ &+ 3 \cdot 435071 \cdot t^7 - 10 \\ &+ 1_n \cdot 729745 \cdot t^8 - 10 \\ &+ 9 \cdot 82790 \cdot t^9 - 20 \end{aligned}$$

Ha az utóbbi két képlet alapján egy táblázatot számítunk, akkor a durva lengés-idő T reductiója $t - t'$ időközből számítva:

$$\frac{T}{t - t'} \left(\int_0^t r dt - \int_0^{t'} r dt \right)$$

Itt következik a két felfüggesztési mód számára érvényes egészleti tábla; az egészlet a csillagsecunda 7-ik tizedének egységében van adva.

Csillagidő minuta	R fent			R lent		
	$\int_0^t r dt$	Δ_1	Δ_2	$\int_0^t r dt$	Δ_1	Δ_2
-25	-15583	+1150	-71			
-24	-14433	+1081	-67			
-23	-13352	+1016	-62			
-22	-12336	+ 956	-58			
-21	-11380	+ 900	-55			
-20	-10480	+ 847	-51			
-19	- 9633	+ 798	-47			
-18	- 8835	+ 753	-44			
-17	- 8082	+ 710	-41			
-16	- 7372	+ 671	-38			
-15	- 6701	+ 633	-36	-9337	+1257	-163
-14	- 6068	+ 599	-33	-8080	+1106	-140
-13	- 5469	+ 567	-31	-6974	+ 976	-121
-12	- 4902	+ 537	-30	-5998	+ 864	-105
-11	- 4365	+ 508	-28	-5134	+ 765	- 92
-10	- 3857	+ 481	-26	-4369	+ 680	- 80
- 9	- 3376	+ 456	-24	-3689	+ 606	- 69
- 8	- 2920	+ 433	-22	-3083	+ 542	- 60
- 7	- 2487	+ 412	-21	-2541	+ 485	- 53
- 6	- 2075	+ 391	-20	-2056	+ 436	- 47
- 5	- 1684	+ 372	-19	-1620	+ 392	- 41
- 4	- 1312	+ 353	-18	-1228	+ 354	- 36
- 3	- 959	+ 335	-17	- 874	+ 321	- 32
- 2	- 624	+ 320	-16	- 553	+ 290	- 29
- 1	- 304	+ 304	-15	- 263	+ 263	- 26
0	0	+ 290	-14	0	+ 239	- 23
+ 1	+ 290	+ 276	-13	+ 239	+ 218	- 20
+ 2	+ 566	+ 263	-13	+ 457	+ 199	- 18
+ 3	+ 829	+ 250	-12	+ 655	+ 181	- 17
+ 4	+ 1079	+ 239	-11	+ 836	+ 165	- 15
+ 5	+ 1318	+ 228	-11	+1001	+ 151	- 14
+ 6	+ 1546	+ 217	-10	+1152	+ 137	- 13
+ 7	+ 1763	+ 208	- 9	+1289	+ 125	- 11
+ 8	+ 1971	+ 199	- 9	+1414	+ 114	- 10
+ 9	+ 2170	+ 189	- 9	+1528	+ 105	- 9
+10	+ 2459	+ 181	- 8	+1633	+ 95	- 9
+11	+ 2540	+ 172	- 8	+1728	+ 87	- 8
+12	+ 2712	+ 165	- 8	+1815	+ 80	- 7
+13	+ 2877	+ 157	- 7	+1895	+ 73	- 6
+14	+ 3034	+ 152	- 7	+1968	+ 68	- 5
+15	+ 3186			+2036		

Δ_2 rovatában a másod fokú különbségek számtani közép arányosa van felvéve.

Miután a lengésmegfigyelések folyamán, bizonyos óra-időkkor a lengési szögek leolvastattak, könnyű a 33-ik lapon lévő táblázatban, a 36-ik lapon lévő táblázat számára az argumentumot közbeiktatni. Példaképen a 28-ik lapon adott egyik megfigyelési sort akarom számítani.

1885. Szeptember 8.

CRE fent.

Megfigyelt φ_1 ---	129'	109'	90'	78'	64'
Óraidő --- --	12 ^h 0 ^m .0	12 ^h 6 ^m .5	12 ^h 14 ^m .0	12 ^h 20 ^m .5	12 ^h 28 ^m .5
A lengési ívnek a } 33-ik lapon adott } táblázatban meg- } felel }	-20 ^m .14	-14 ^m .36	-7 ^m .29	-1.65	+6.40
Az idő reductiója	-12 ^h 20 ^m .14	-12 ^h 20 ^m .86	-12 ^h 21 ^m .29	-12 ^h 22 ^m .15	-12 ^h 22 ^m .10

A miből azt látni, hogy a lengési szög csökkenése e napon a normáltól némileg eltér, de ha az idő reductiója értelmében corrigáljuk a két lengéssor kezdő- és végpont-óraidőit, úgy e körülményből baj nem származik.

A lengési sorok időpontjai	11 ^h 56 ^m .5	12 ^h 10 ^m .5	12 ^h 24 ^m .6
Az idő reductiója:	-12 20.1	-12 21.1	-12 22.1
Az integral tábla argumentuma	-23.6	-10.6	+2.5
$t-t'$	13.0		13.1
$frdt$	-13993	-4159	+700

Tehát az első sor reductiója: — $T. \frac{9834}{13.0} = -569$

a második sor reductiója: — $T. \frac{4859}{13.1} = -279$

I

II

A megközelítő lengés-tartamok:	0.7526858	0.7526574
	— 569	— 279
	0.7526289	0.7526295

A következő táblázatban a lengés-megfigyelések eredményeit állítottam össze.

Kelet	Felszerelési és felfüggesztési mód	A lengések száma	Az időköz tartama órá-időben	Megközelítő lengéstartam	Javítás az		Lengési idő	Közép érték	Hőmérsék C°
					óra járása miatt	lengési ív miatt			
Aug. 9. 1885.	DRW f.	1161 ^{1/2} ₆	874 ⁸ ·25	0·752 5825	+117	—518	0·752 5424	0·752 5460	23·3
		1171 ¹² ₆	821·50	5612	+117	—234	5495		
	DRW l.	854 ² ₆	643·00	6336	+117	—346	6107	5975	25·8
		870 ⁴ ₆	655·25	5842	+117	—116	5843		
	DRE l.	849 ² ₆	639·25	6489	+117	—321	6285	6199	28·8
		861 ⁴ ₆	648·50	6112	+117	—116	6113		
Aug. 12. 1885.	DRE f.	1144	861·00	6225	+117	—551	5791	5776	28·5
		1158 ² ₆	871·75	5900	+117	—257	5760		
	CRW f.	1161	873·75	5840	+209	—581	5468	5519	24·3
		1171	881·25	5619	+209	—258	5570		
	CRW l.	857	645·00	6254	+209	—390	6073	6046	26·9
		867 ² ₆	652·75	5941	+209	—131	6019		
Aug. 16. 1885.	CRE l.	847	637·50	6565	+209	—397	6377	6343	31·0
		857 ⁴ ₆	645·50	6233	+209	—134	6308		
	CRE f.	1136	855·00	6409	+209	—583	6035	6044	32·1
		1149 ² ₆	865·00	6102	+209	—258	6053		
	BRW f.	1171	881·25	5619	+157	—541	5235	5231	19·0
		1185 ² ₆	892·00	5310	+157	—239	5228		
Aug. 20. 1885.	BRW l.	871	655·50	5832	+157	—498	5491	5501	19·8
		882	663·75	5509	+157	—156	5510		
	BRE l.	858	645·75	6222	+157	—502	5877	5875	25·3
		869 ² ₆	654·25	5880	+157	—164	5873		
	BRE f.	1145 ⁴ ₆	862·25	6184	+157	—567	5774	5825	28·3
		1154 ⁴ ₆	869·00	5981	+157	—263	5875		
Aug. 20. 1885.	ARW f.	1169 ² ₆	880·00	5657	— 8	—556	5093	5091	18·1
		1183 ⁴ ₆	890·75	5345	— 8	—249	5088		
	ARW l.	866 ⁴ ₆	652·25	5962	— 8	—397	5557	5492	19·9
		880	662·50	5560	— 8	—126	5426		
	ARE l.	854	642·75	6346	— 8	—402	5936	5877	24·3
		866 ⁴ ₆	652·25	5962	— 8	—135	5819		
Aug. 20. 1885.	ARE f.	1138 ⁸ ₆	857·00	6346	— 8	—540	5798	5785	27·3
		1152 ² ₆	867·25	6035	— 8	—256	5771		

Kelet	Felszerelési és felfüggesztési mód	A lengések száma	Az időköz tartama órá-időben	Megközelítő lengéstartam	Javítás az		Lengési idő	Közép érték	Hőmérsék C°
					óra járása miatt	lengési iv miatt			
Szept. 3. 1885.	ARW f.	1168 ⁴ / ₆	879·50	0·752 5671	—307	—513	0·752 4851	0·752 4874	16·5
		1179 ² / ₆	887·50	5438	—307	—235	4896		
	ARW l.	861	648·00	6121	—307	—329	5485	5470	19·9
		869 ⁴ / ₆	654·50	5874	—307	—112	5455		
	ARE l.	847	637·50	6565	—307	—385	5873	5881	24·9
Szept. 6. 1885.		854 ⁴ / ₆	643·25	6326	—307	—131	5888		
	ARE f.	1131 ⁴ / ₆	851·75	6509	—307	—512	5690	5703	25·8
		1142 ² / ₆	859·75	6261	—307	—239	5715		
	BRW f.	1150 ² / ₆	865·75	6079	—295	—514	5270	5293	20·7
		1161	873·75	5840	—295	—229	5316		
Szept. 8. 1885.	BRW l.	852 ⁴ / ₆	641·75	6388	—295	—385	5708	5715	23·2
		860 ⁴ / ₆	647·75	6141	—295	—125	5721		
	BRE l.	838 ² / ₆	631·00	6840	—295	—379	6166	6124	28·0
		848 ⁴ / ₆	638·75	6510	—295	—133	6082		
	BRE f.	1120 ² / ₆	843·25	6778	—295	—568	5915	5913	28·7
Szept. 11. 1885.		1133	852·75	6478	—295	—273	5910		
	CRW f.	1157 ² / ₆	871·00	5922	—254	—497	5171	5160	20·3
		1170 ⁴ / ₆	881·00	5628	—254	—225	5149		
	CRW l.	852	641·25	6409	—254	—335	5820	5795	23·5
		861	648·00	6131	—254	—107	5770		
Szept. 11. 1885.	CRE l.	833	627·00	7010	—254	—420	6336	6304	29·8
		843 ⁴ / ₆	635·00	6669	—254	—144	6271		
	CRE f.	1117	810·75	6858	—254	—569	6035	6038	30·8
		1129	849·75	6574	—254	—279	6041		
	DRW f.	1173	882·75	5575	—261	—478	4836	4881	16·0
Szept. 11. 1885.		1181	888·75	5402	—261	—215	4926		
	DRW l.	862	648·75	6102	—261	—330	5511	5481	19·9
		871 ² / ₆	655·75	5821	—261	—109	5451		
	DRE l.	850	639·75	6471	—261	—371	5839	5766	23·0
		862 ² / ₆	649·25	6083	—261	—129	5693		
Szept. 11. 1885.	DRE f.	1144	861·00	6225	—261	—492	5472	5461	24·0
		1156 ² / ₆	870·25	5945	—261	—235	5449		

Az itt adott összeállításból úgy a $24.44\text{ }^{\circ}\text{C}$ foknak megfelelő közepes lengési idők, valamint a lengések hőmérséki átszámítására érvényes ossztényező is levezethető.

Miután későbbi fejtegetések azt mutatják, hogy a lengési időtartam nem csupán a hőmérséktől s az inga felfüggesztésétől — R fent vagy R lent — függ, hanem hogy arra még a kés is, melynek élén az inga leng, félreismerhetlen befolyással bír. Tehát hőmérséki ossztényezőt nem lehet mindannyi megfigyelésből közvetlenül levezetni: hamen az adatokat úgy kell kombinálni, hogy $T - T_1$ mellett még a késék különbsége is kiessék.

E czélra az összetartozó megfigyelésekből $\frac{T + T_1}{2}$ értékeit a megfelelő hőmérsékek középértékeivel állítjuk össze; és $C. - D.$ combinációkat, valamint $A. - B.$ combinációkat külön tárgyaljuk, miután az első két felszerelésnél T a másik két felszerelésnél pedig T_1 leng az (.) egy ponttal ellátott kés élén.

Az összetartozó lengési idők és hőmérsékek tehát

$\frac{T + T_1}{2}$			$^{\circ}\text{C}$	$\frac{T + T_1}{2}$			$^{\circ}\text{C}$
D	0.752	5717	24.55	B	0.752	5366	19.40
D		5987	28.65	B		5850	26.80
D		5181	17.95	B		5504	21.95
D		5613	23.50	B		6018	28.35
C	0.752	5783	25.60	A	0.752	5291	19.00
C		6193	31.55	A		5831	25.80
C		5477	21.90	A		5172	18.20
C		6171	30.30	A		5792	25.35
0.752 5765 ₂₅			25.500	0.752 5603 ₀₀			23.106

Ha e két sorban úgy a lengések valamint a hőmérsékek középértékeit az egyes adatokból kivonjuk, s a hőmérséki ossztényezőt a másodpercz hetedik tizedesében kifejezve az első csoportban, y -vel a másodikban y_1 -vel jelöljük; akkor az ez ossztényezők meghatározására szolgáló kísérleti egyenletek:

C és D			A és B	
— 48 = — 0.95 y			— 237 = — 3.71 y_1	
+ 222 = + 3.15 y			+ 247 = + 3.69 y_1	
— 584 = — 7.55 y			— 99 = — 1.16 y_1	
— 152 = — 2.00 y	és		+ 415 = + 5.24 y_1	
+ 18 = + 0.10 y			— 312 = — 4.11 y_1	
+ 428 = + 6.05 y			+ 228 = + 2.69 y_1	
— 288 = — 3.60 y			— 431 = — 4.91 y_1	
+ 406 = + 4.80 y			+ 189 = + 2.24 y_1	

Ez egyenleteket a legkisebb négyzetek elve szerint kezel-
vén, következő két végegyenlethez jutunk:

$$11034.90 = 144.44 \cdot y \quad \text{és} \quad 8515.35 = 109.4373 y_1$$

tehát:

$$\begin{array}{ll} y = 76.40 & y_1 = 77.81 \\ \text{közép hiba} \pm 8.51 & \pm 11.54 \\ \text{valószínű hiba} \pm 5.73 & \pm 7.78 \end{array}$$

Ha e tényezőkkel az előbbi oldalon közölt $\frac{T + T_1}{2}$ lengés-
időket 24.44 C°-ra redukáljuk, a fennmaradt hibák

$$C \text{ és } D\text{-ben a közepső hiba} \pm 0.00000236$$

$$A \text{ és } B\text{-ben a közepső hiba} \pm 0.00000336$$

De miután ez idők középértékek, tehát egy lengésmegfi-
gyelés közepső hibája: C és D felszer.-nél ± 0.00000333

$$A \text{ és } B \text{ felszer.-nél} \pm 0.00000475$$

a valószínű hiba pedig középértékben: ± 0.00000272

E két y tényező nem egyenlő, jeléül, hogy nem csupán
az ingarúd kiterjedési együtthatójának függvénye: mutatja azt
azon körülmény is, hogy y emez értékei túlságos kiterjedési
együtthatóval illelnék meg az ingarudat. Ha λ a késélek egy-
mástóli távolsága = 559.438, akkor a kiterjedési együttható:

$$C = \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{2 \cdot dT}{T} \text{ tehát közép értékben}$$

$$C = \frac{0.000015421}{0.75257} = 0.000020491$$

a mi az réz átlagos kiterjedési együtthatóját jóval felül múlja.
Lengési időinket azonban mégis a fentebbi y értékekkel akarom
átszámítani, mert ezek az észlelések folytán indokoltak.

Következő táblázat magában foglalja a 38. és 39. oldal összeállításából az egyes napok értékeinek középeit s azon felül a $24.44^\circ \text{C}^\circ$ közép hőmérsékre γ értékei nyomán érvényes reduciót: a T és T_1 alatti idők már középső másodpercز egységében értendők.

Kelet	Felszerelés	R lent			T közép secundában	R fent			T ₁ közép secundában
		észlelt lengési tartam	Hő C°	Red. 24.44°-ra		észlelt lengési tartam	Hő C°	R 24.44°-ra	
1885.									
Aug. 9	D	0.752 6087	27.30	-218.5	0.750 5319	0.752 5617	25.90	-111.5	0.750 4957
" 12	C	6194	28.95	-344.6	5301	5781	28.20	-287.2	4945
" 16	B	5688	22.55	+147.0	5287	5528	23.65	+ 61.5	5041
" 20	A	5684	22.10	+182.0	5318	5427	22.70	+135.3	5025
Szept. 3	A	5675	22.40	+158.7	5285	5288	21.15	+255.9	4997
" 6	B	5919	25.60	- 90.2	5280	5602	24.70	- 20.2	5034
" 8	C	6049	26.65	-168.8	5331	5599	25.55	- 84.8	4966
" 11	D	5623	21.45	+228.4	5303	5171	20.00	+339.2	4962
Közép		0.752 5865	24.625	- 13.2	0.750 5303	0.752 5503	23.981	+ 36.00	0.750 4991

A hőmérséki reducióban az utolsó hely tizedrészeit, tekintettel a középidőbe való átszámításra vettem fel.

Ezek után az egyszerű másodpercزnyi inga hosszának levezetését mi sem gátolja.

A másodpercزnyi egyszerű inga hosszának levezetése.

M. Cellérier theoreticus tanulmányai folytán, oly megfordítható ingánál, melynek lengési ideje a súlyponthoz közelebb — h távolba — eső késélen T , a súlypontból ellenben távolabb — h_1 távolba — eső késélen T_1 , s melynek éltávolát λ -val jelöljük, következő két egyenlet áll:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g} \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right)} \quad \text{és} \quad T_1 = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g} \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right)}.$$

Ha T és T_1 egymással egyenlők, azaz ha teljes reversionális ingával van dolgunk, akkor $\gamma = 0$; minden más esetben γ meghatározandó.

A fentebbi két egyenletből következik, hogy:

$$T^2 \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right) = T_1^2 \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right) \quad \text{azaz}$$

$$\gamma = \frac{(T + T_1)(T - T_1)}{h_1 T_1^2 - h T^2} \cdot h \cdot h_1$$

vagy ha a nevezőben a T és T_1 közti különbséget elhanyagoljuk és $T + T_1$ helyett röviden $2T$ írunk, a következő közelítő képletet nyerjük:

$$\gamma = \frac{T - T_1}{T} \cdot \frac{hh_1}{\sigma}$$

hol σ a súlypont és a symmetriai középpont egymástóli távolsága. $T - T_1$ értékét a megfigyelésekből kell levezetni: így mindennapra más meg más γ -t nyernénk.

Legelőször legczélszerűbb lesz γ -t $T - T_1$ középértékéből számítani.

$$T - T_1 = 0.0000312_s$$

tehát: $\gamma = 0.02981$ és $\frac{\lambda\gamma}{h} = 0.0940$, $\frac{\lambda\gamma}{h_1} = 0.0445$

$$\lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right) = 559.5292, \quad \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right) = 559.4825$$

$$\log \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right) = 2.7478226_s, \quad \log \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right) = 2.7477865_s$$

A 7 számjegyű logarithmushoz még egy számjegyet függesztettem, mert különben az inga hosszában a milliméter negyedik tizedesét egységre pontosan már nem lehet felütni.

Ha T^2 és T_1^2 -vel viszonylag osztjuk $\lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right)$ és $\lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right)$ értékeit, már is megvan a másodpercnyi inga hossza. A két sorban nyert értéket L és L_1 által akarom megkülönböztetni.

A következő táblázatban L és L_1 érték-in kívül befoglaltnak még az előbbeni oldal táblázatában kimutatott lengés-idők négyzeteinek logarithmusai.

Kelet	Felszerelés	2 log. T	2 log. T_1	L	L_1	$\frac{L-L_1}{2}$	$\frac{L+L_1}{2}$
1885.				mm.	mm.	mm.	mm.
Aug. 9	D	9·750 7384	9·750 6964	993·3088	993·3220	—0·0066	993·3154
" 12	C	7363	6950	3135	3252	—0·0058	3193. ₅
" 16	B	7347	7062	3172	2995	+0·0089	3083. ₅
" 20	A	7383	7043	3090	3041	+0·0025	3065. ₅
Szept. 3	A	7345	7010	3176	3116	+0·0030	3146
" 6	B	7339	7053	3190	3018	+0·0086	3104
" 8	C	7398	6975	3056	3195	—0·0069	3125. ₅
" 11	D	7365	6970	3131	3207	—0·0038	3169
		Közép		993·3130	993·3131	$\pm 0·0057$	993·3130
				Középső hiba		\pm	15
				Valószínű hiba		\pm	10

Az eredmény valószínű hibája tűrhető, s az eredmény pontosságával meg lehetünk elégedve. De miután L és L_1 egyes értékei határozott járást mutatnak, a megfigyeléseket még tovább is tárgyalni akarom.

Nevezetesen az $\frac{L-L_1}{2}$ értékekben mutatkozó járás a mű-

szerben fekszik, és pedig a két él egyenlőtlen alkotásában. Hogy a műszer e sajátosságát a lengési idők megfigyeléseiből levezethessük, mind a négy felszereléssel eszközölt észleleteket egy közepső hőmérséki együttthatóval — $y = 77·1$ — akarom $24·44^\circ C$ fokra átszámítani. Ily módon azt találjuk, hogy:

T az egy ponttal jelzett (.) élen (D és C felszer.) = $0·7505311$

T a két ponttal jelzett (..) élen (A és B felszer.) = 5292

T_1 az egy ponttal jelzett (.) élen (A és B felszer.) = 5021

T_1 a két ponttal jelzett (..) élen (D és C felszer.) = 4957

Tehát

$T(.) - T(..) = 19$; $T(.)$ 9·5-vel nagyobb, $T(..)$ 9·5-vel kisebb kelleténél.

$T_1(.) - T_1(..) = 64$; $T_1(.)$ 32-vel nagyobb, $T_1(..)$ 32-vel kisebb kelleténél.

Miután $T - T_1$ középértékben = $0·0000312$, tehát az egyes lengések átszámításánál a következő különbségeket kell használnunk, a másodperc 7. tizedének egységében. És pedig lesz:

$$T (.) \text{ számára } (D \text{ és } C \text{ felszer.}) T - T_1 = 312 + 9.5 = 321.5 \\ \log \gamma = 8.48680$$

$$T (..) \text{ számára } (A \text{ és } B \text{ felszer.}) T - T_1 = 312 - 9.5 = 302.5 \\ \log \gamma = 8.46036$$

$$T_1 (.) \text{ számára } (A \text{ és } B \text{ felszer.}) T - T_1 = 312 + 32 = 344 \\ \log \gamma = 8.51618$$

$$T_1 (..) \text{ számára } (D \text{ és } C \text{ felszer.}) T - T_1 = 312 - 32 = 280 \\ \log \gamma = 8.42679$$

Ezek alapján a számításba veendő javított ingahosszak:

$$T (.) \text{ számára } \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right) = 559.5318 \text{ a megfelelő logaritmus:} \\ 2.7478247.8$$

$$T (..) \text{ számára } \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right) = 559.5263 \text{ a megfelelő logaritmus:} \\ 2.7478205.2$$

$$T_1 (.) \text{ számára } \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right) = 559.4869 \text{ a megfelelő logaritmus:} \\ 2.7477899$$

$$T_1 (..) \text{ számára } \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right) = 559.4780 \text{ a megfelelő logaritmus:} \\ 2.7477830.4$$

Ha eme hosszakat az előbbeni táblázatban foglalt megfelelő lengések négyzeteivel osztjuk, a másodpercznyi inga hosszát nyerjük, és pedig:

	L	L_1	$\frac{L-L_1}{2}$	$\frac{L+L_1}{2}$
D	993.3136	993.3142	-0.0003	993.3139
C	3184	3174	+0.0005	3179
B	3123	3075	+0.0024	3099
A	3042	3118	-0.0038	3080
A	3128	3193	-0.0032.5	3160.5
B	3142	3095	+0.0023.5	3118.5
C	3104	3117	-0.0006.5	3110.5
D	3179	3128	+0.0025.5	3153.5
Közép	993.3130	993.3130	$\pm 0.0019.7$	993.3130
			Középső hiba	$\pm 0.0011.9$
			Valószínű hiba	$\pm 0.0008.0$

Itt az $\frac{L - L_1}{2}$ járásában már inkább csak a véletlent lehet felismerni, jóllehet D és C középértékben még mindig $+5$ -öt, A és B pedig -6 -ot ad, de az előbbeni táblázattal összehasonlítva, ahol -58 állott $+58$ -val szemben, az észlelési hibáknak is betudva a magok részét, az eredménynyel teljesen meg lehetünk elégedve.

Az eddigi kifejtések azt mutatják, hogy a T lengésidőn alapuló eredmények kisebb eltéréseiek, mint a T_1 lengésidőkön alapulók. A priori az ellenkezőt lehetett volna föltételezni miután T_1 átlag 2350 lengésen, T pedig csak 1730 lengésen alapúl.

Az utolsó összeállításban még feltűnő marad azon körülmény, hogy D és C fölszerelések nagyobb, A és B fölszerelések kisebb inga-hosszuságot szolgáltatnak:

$$C \text{ és } D\text{-ből} \quad L = 993.31455$$

$$A \text{ és } B\text{-ből} \quad L = 993.31145$$

Az ok abban rejlik, mert:

C - és D -ből (a mely felszerelések átlag 25.5° -nál észl.)

$$\frac{T + T_1}{2} = 0.7505134, 24.44^\circ\text{-ra redukálva}$$

A - és B -ből (a mely felszerelések átlag 23.1° -nál észl.) pedig

$$\frac{T + T_1}{2} = 0.7505156, 24.44^\circ\text{-ra redukálva}$$

E 24.44° fokra érvényesnek számított középértékek azt mutatják, hogy az inga kiterjedési együtthatója igen nagynek vétetett fel. Az előbbeni paragrafusban y -val jelölt osztényező a hőmérséken kívül még egyéb meteorológiai körülménytől is függ, ha tehát az ott nyert y alapján egy kiterjedési együtthatót kapunk $C = 0.000020491$, úgy ez nem közvetlenül az inga-rúd hőmérséki együtthatója.

Hogy ez együtthatót némileg megközelítőleg meghatározhassuk, vissza kell térnünk eredeti lengési észleleteinkhez: hiszen minden egyes észlelésből le lehet az inga hosszát vezetni, s a megfelelő hosszúság az egyidejűleg megfigyelt hőmérsék számára érvényes.

Ha t a T lengésnek megfelelő hőmérséke, t_1 pedig T_1 lengési

meghatározásé, akkor C alatt az inga hőmérséki együtthatóját értvén:

$$L[1 - C(t - 24.44)] = \frac{\lambda}{T_2} \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right)$$

$$\text{és} \quad L[1 - C(t_1 - 24.44)] = \frac{\lambda}{T_1} \left(1 + \frac{\gamma}{h_1}\right)$$

Az itt szereplő lengésidők a hőmérsék miatt nem redukált, de közép másodpercekben kifejezett közvetlen megfigyelések.

A következő táblázat magában foglalja a további számításra szükséges adatokat:

Kelet	Felszerelés	R lent		R fent		0° -ra red. Barom. mm.	A lég sűrű- sége	$T - T_1$	
		T közép idő	Hő C° t	T_1 közép idő	Hő C° t_1			meg- figyelt	el- térés
Aug. 9	D	0.750 5538	27.30	0.750 5071	25.90	749.28	0.992	362	+ 6
" 12	C	5645	28.95	5233	28.20	49.60	0.986	354	- 2
" 16	B	5140	22.55	4980	23.65	52.25	1.009	243	-25
" 20	A	5136	22.10	4890.5	22.70	46.61	1.004	292	+24
Szept. 3	A	5127	22.40	4741	21.15	53.30	1.016	291	+23
" 6	B	5370.5	25.60	5055	24.70	47.84	0.995	247	-21
" 8	C	5500	26.65	5051	25.55	46.79	0.991	366	+10
" 11	D	5075	21.45	4624	20.00	44.52	1.008	342	-14
Közép		0.750 5316	24.625	0.750 4956	23.981	748.77	1.000	312	

Ez összeállításba még felvettem a közepső légnyomást és a

levegő sűrűségét, mely $\frac{\text{Bar.}}{748.77} \left(1 + \frac{24.303 - \frac{t + t_1}{2}}{273}\right)$ szerint

számíttatott. A következő rovat $T - T_1$ értékét adja a megfigyelés szerint, de a nap közép hőmérsékére átszámítva. Végre az utolsó rovat a késélek különbsége folytán érvényes $T - T_1$ értékek és a megfigyelték közötti különbséget tartalmazza. Ha ez utolsó rovatot a légsűrűséggel összehasonlítjuk, semmi causalis összefüggést nem találunk: egyrészt a sűrűség ingadozása csekély, másrészt pedig az utolsó rovat számai csekélységüknél fogva nagy részben észlelési hibáknak tudhatók be.

$T - T_1$ értékeiben tehát a késélek különbsége miatti javításon kívül semmit sem akarok változtatni.

A következő táblázatban össze vannak állítva T^2 és T_1^2 logaritmusai, ezek kombinálva a 45. lapon kifejtett javított ingahosszakkal:

$$A = \frac{\lambda}{T^2} \left(1 + \frac{\gamma}{h} \right)$$

és

$$A_1 = \frac{\lambda}{T_1^2} \left(1 + \frac{\gamma}{h_1} \right) \text{ értékeit adják:}$$

Felismerés	R lent		R fent		A	A_1
	$\log \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h} \right)$	$2 \log T$	$\log \lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h_1} \right)$	$2 \log T_1$		
D	2.747 8248	9.750 7636	2.747 7830	9.750 7096	993.2560	993.2839
C	8248	7760	7830	7284	2277	2409
B	8205	7176	7899	6991	3514	3236
A	8205	7172	7899	6888	3523	3473
A	8205	7161	7899	6714	3548	3870
B	8205	7444	7899	7078	2900	3039
C	8248	7592	7830	7073	2661	2891
D	8248	7101	7830	6578	3784	4023
					993.3096	993.3222

A és A_1 közepeit vévén;

$$\frac{A + A_1}{2} = L \left[1 - C \left(\frac{t + t_1}{2} - 24.44 \right) \right]$$

azaz

$$D \quad 993.26995 = L (1 + 2.16 C)$$

$$C \quad 23430 = L (1 + 4.14 C)$$

$$B \quad 33750 = L (1 - 1.34 C)$$

$$A \quad 34980 = L (1 - 2.04 C)$$

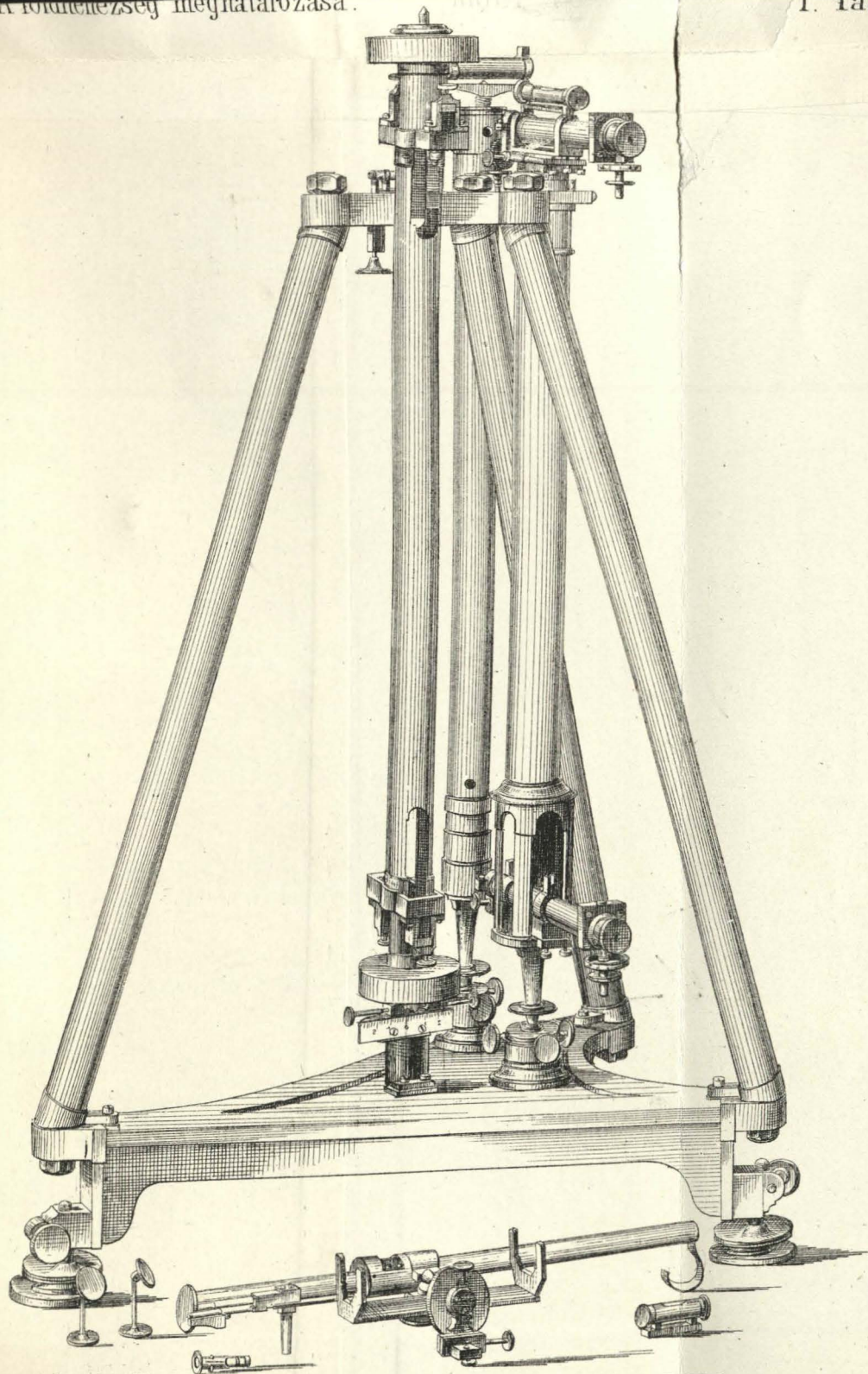
$$A \quad 37090 = L (1 - 2.67 C)$$

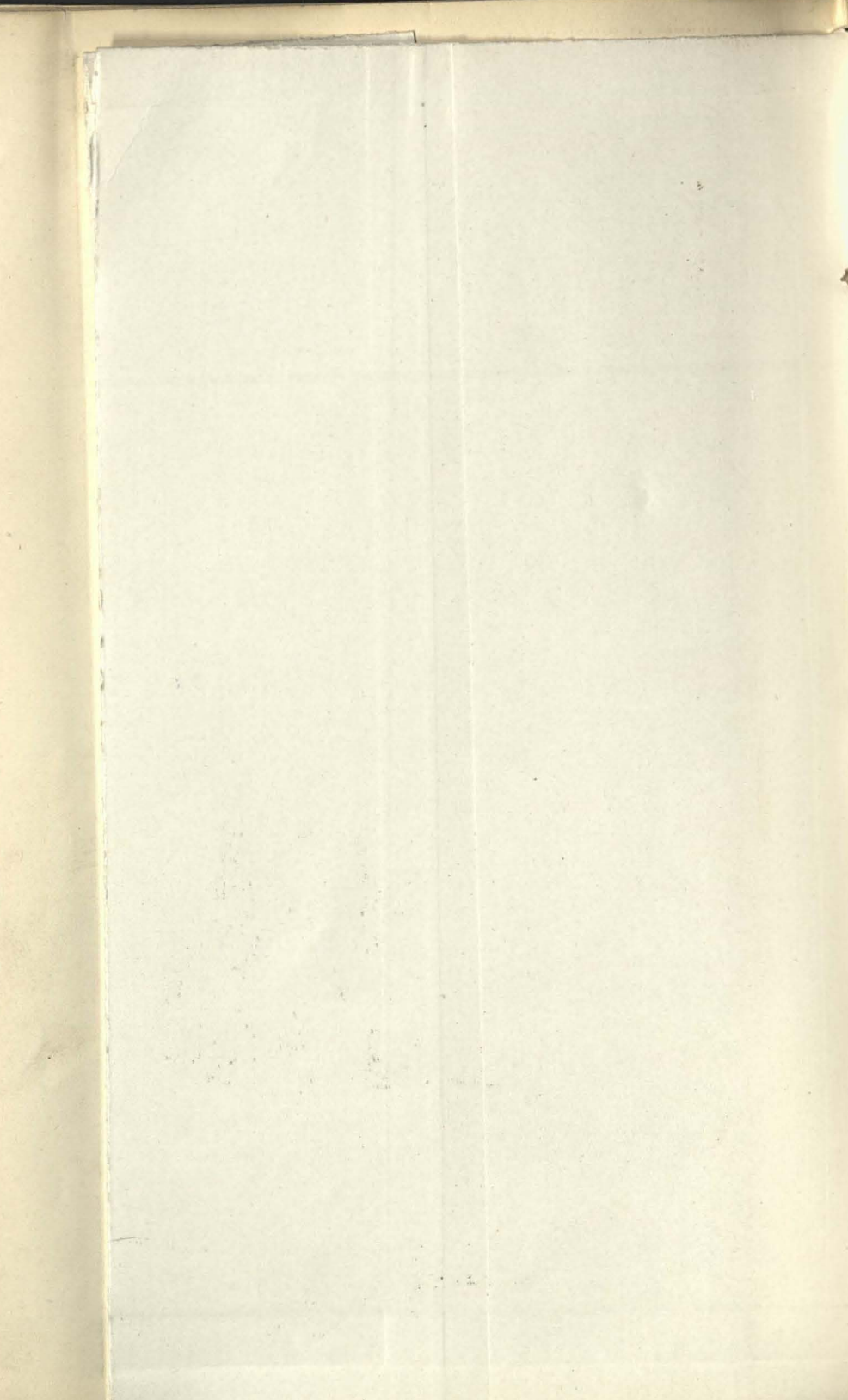
$$B \quad 29695 = L (1 + 0.71 C)$$

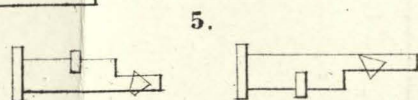
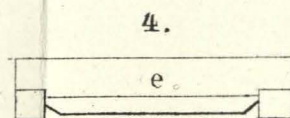
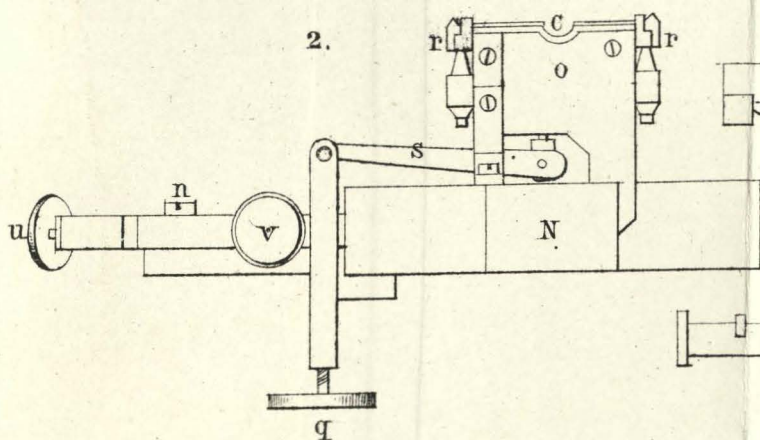
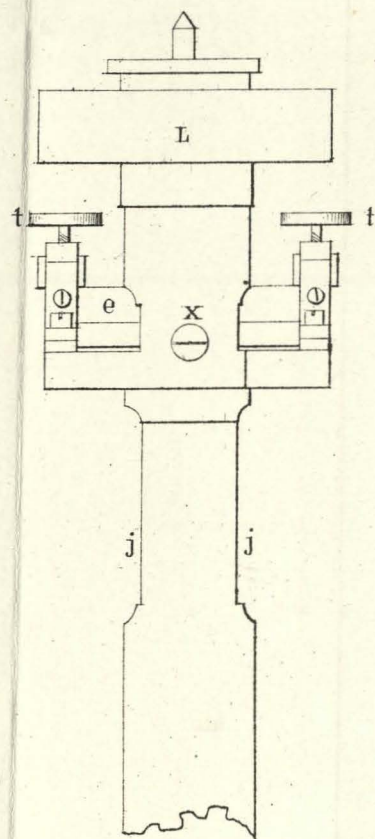
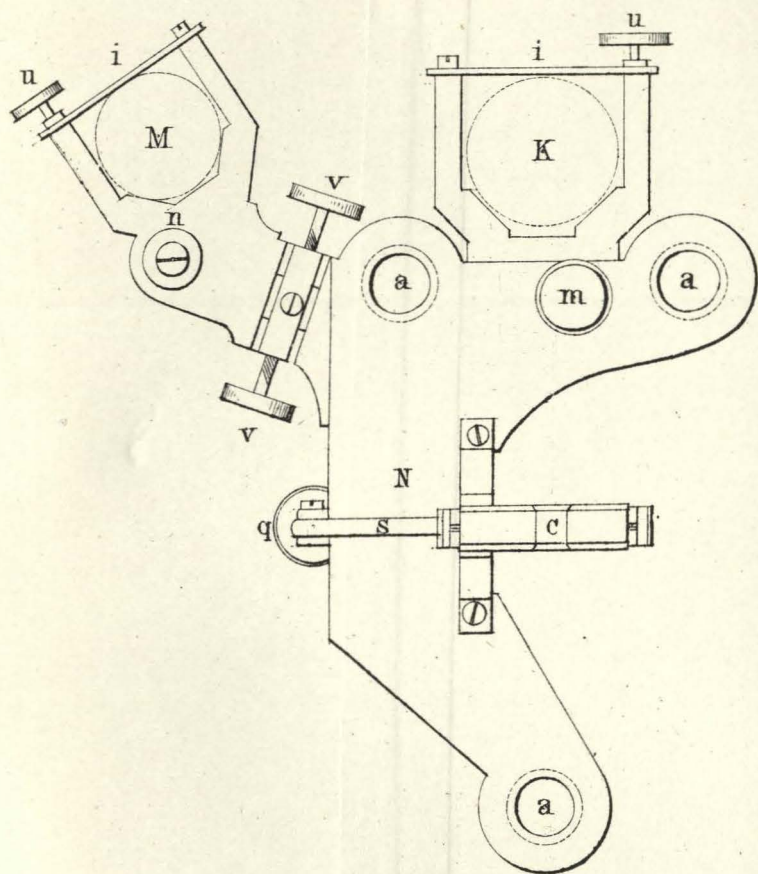
$$C \quad 27760 = L (1 + 1.66 C)$$

$$D \quad 39035 = L (1 - 3.71 C)$$

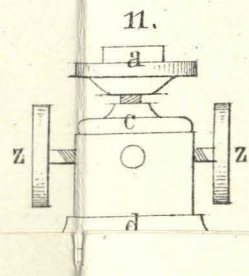
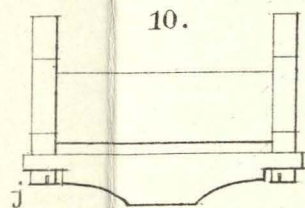
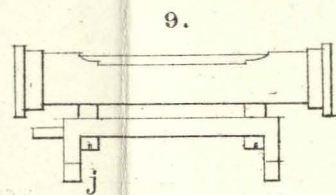
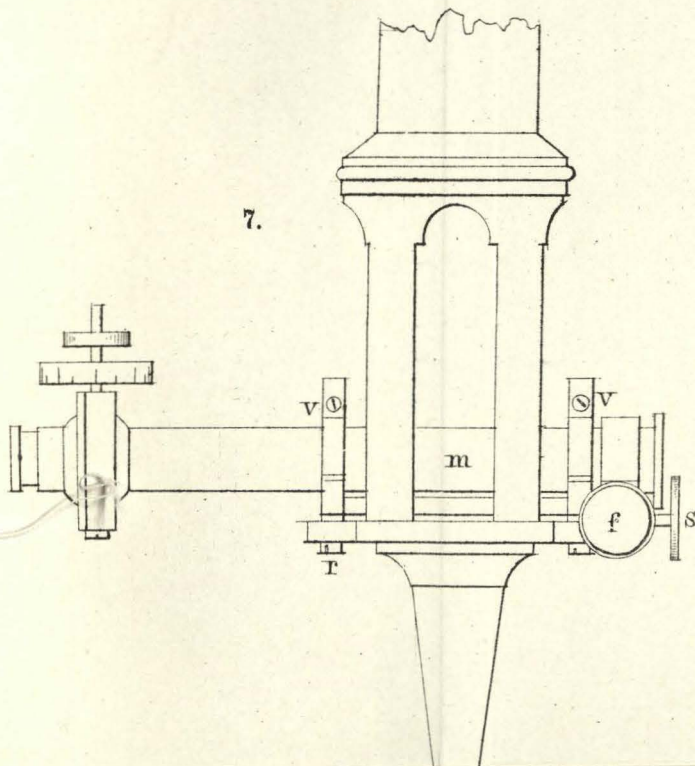
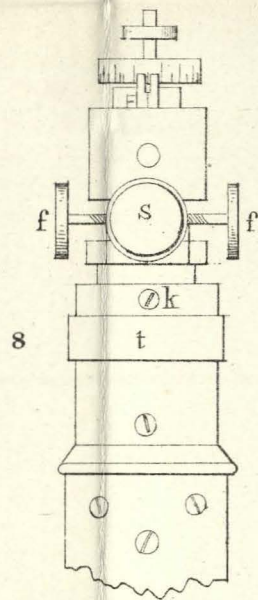
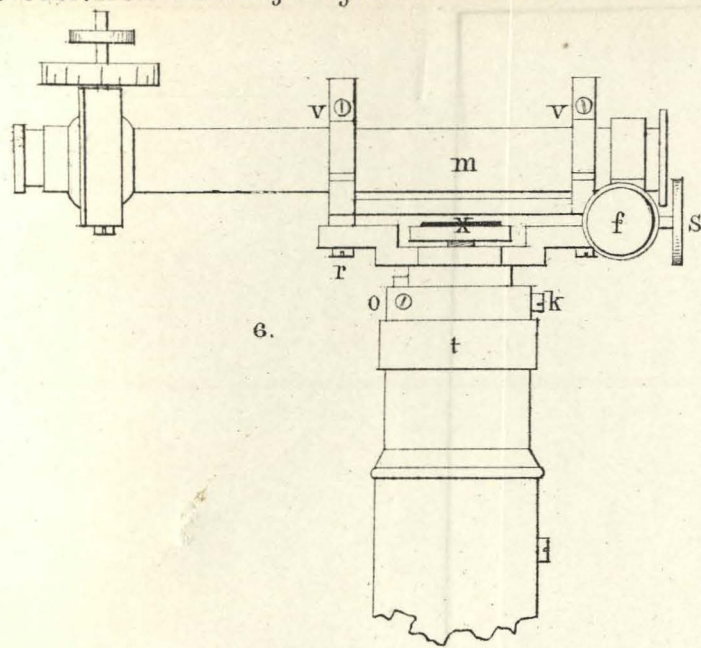
De miután CD -ből és AB -ből ugyanazon értéket kell kapnunk:



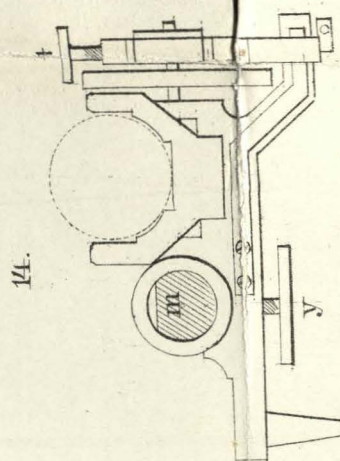
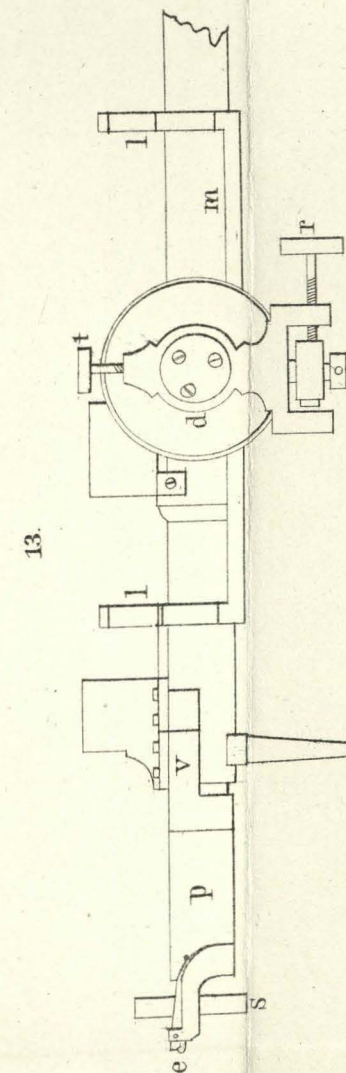
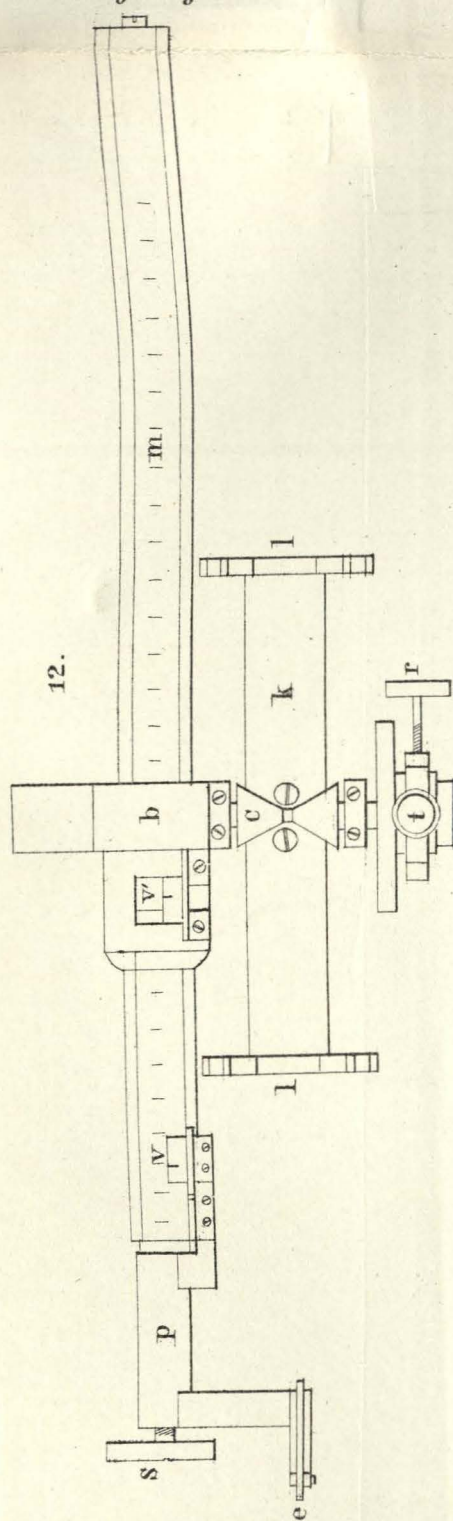












ALACV. ARADMEIA
KUDYATIRA

$$3973.17220 = 4L + 4.25 \cdot LC$$

$$3973.35515 = 4L - 5.34 \cdot LC$$

e két egyenletben L értékei ugyanazok, tehát:

$$0.18295 = - 9.59 LC$$

$$LC = 0.0190772$$

és

$$C = 0.000019205$$

Ha LC -val $\frac{A + A_1}{2}$ fenti értékeit 24.44 fokra redukáljuk, a másodperczeni inga hossza:

$$D \quad 993.3111 \qquad B \quad 993.3119$$

$$C \quad 3132 \qquad A \quad 3109$$

$$C \quad 3092 \qquad A \quad 3200$$

$$D \quad 3197 \qquad B \quad 3105$$

$$993.3133$$

$$993.3133$$

Hogy most végül negyedik tizedesül a 3-ast kaptuk, ennek oka főleg abban rejlik, hogy a lengések megfigyeléseinek közép hőmérséke 24.30 , mely hőfokról eddig nagyobb tényezővel redukáltunk 24.44 fokra, mint a legutóbb talált tényező.

A két reductió különbsége valamivel nagyobb a negyedik tized két egységénél.

Az egyszerű másodperc-inga hosszát Budapesten tehát a mérőlépték 24.44 C° hőmérsékénél

$$L = 993.3133 \text{ mm.-re tehetjük.}$$

E számot a mérőlépték kiterjedése miatt azok zérus fokú állapotára kell még átszámítani s a mérőlépték $0C^\circ$ -ra érvényes hibáját is számbavenni: de ez mindaddig nem történhetik meg, míg a mérőléptéket tartalmazó rézhenger kiterjedési együtthatója, nemkülönben a beosztás hibája meghatározva nincsen.

Ha a hőmérsék miatt a réz legújabbban meghatározott közepső kiterjedési együtthatóval 0.00001848 számítunk át zérusra, akkor:

$$L (24.44 C^\circ) = 993.3133 \text{ mm.}$$

$$\text{Red. } 0 C^\circ\text{-ra} = +0.4486 \quad "$$

$$\text{Red. a tengerre} = +0.0348 \quad "$$

$$L (0 C^\circ\text{-nál teng. sz.}) = 993.7967 \text{ mm.}$$

$$g = 9.80838 \text{ meter.}$$

A gravitáció általános képlete szerint: $g = 9.8083$ volna. A legújabb Unferdinger-féle képlet szerint $47^{\circ}30'2''$ földrajzi szélesség alatt, a tenger színén a másodperc-inga hossza: 440.5389 párisi von. $= 993.7802$ mm.

Meghatározásunk eltérése tehát: $+0.0165$ mm., mely azonban a «Függelék»-ben tárgyalt körülmények folytán: $+0.0608$ mm.-re emelkedik. Mielőtt azonban ez értekezésben foglalt megfigyelési eredményből a másodperc inga hosszát végleg meg lehetne állapítani, múlhatatlanul szükséges a műszer mérőrúdjának kiterjedési együtthatóját és zérus foknál érvényes hibáját meghatározni.

Ez utóbbi állandó meghatározása végett a mérő rúd ez év elején küldetett már Breteuil-be, a nemzetközi mértékHITELESÍTŐ intézetbe, de mai napig vissza nem érkezett.

FÜGGELEK.

A Repsold-féle reversionális ingával megejtett másodperczeni inga-hosszmérések azt mutatták, hogy a nyert eredmények másnemű mérésekkel szemben valamivel kisebb értékeket szolgáltatnak. Plantamour E. e tünemény okát a Repsold-féle inga-állványnak együtt lengésében találta, és első kísérletette meg az ingási alap mozgásának megfigyelése alapján, s Cellérier és Peirce uraknak ez irányban tett elméleti tanulmányai segítségével, e hibát számításba venni.

Hogy az ingási alap mozgásának a lengési tartamra gyakorolt befolyásáról fogalmat nyerjünk, meg kell gondolni, hogy a mozgó alapon nyugvó inga lengéseit nem egy állandó horizontális egyenes körül végzi, hanem a forgási tengelye az inga lengés minden fázisában más, s az összehatas úgy nyilvánul, mintha a lengések magasabban fekvő tengely körül történének, s tehát az éltávokhoz képest nagyoknak észleltetnek.

Ha Q a megterheltetés, azaz az ingási alapja horizontális irányban működő nyomás, és y az ingási alapnak e nyomás alatt szenvedett eltolása, akkor $y: Q = k$, azon mennyiség mely kipuhatólandó, s mely Peirce szerint azonnal szolgáltatja a levezetett inga-hosszúság javítását. A javítás ugyanis

$dL = k \cdot P \cdot \frac{L}{\lambda}$, hol P az inga súlya ugyanoly egységben kifejezve, mint Q .

k meghatározása több módon történhetik, csak kettőt akarok felemlíteni. Vagy karikán vezetett, horizontális irányban az ingási alapra működő súlyokat alkalmazunk, vagy közvetlenül az

ingának bizonyos kilengési szöghöz tartozó lengéseikor figyeljük y értékét.

Ama csekély ingadozások megfigyelésére, melyeket az inga-él alapja az inga lengése folytán szenved, s mely alig 1—2 mikron, igen érzékeny műszert és rendkívüli nagyítást kell alkalmazni.

A készülék, melyet én e célra használtam, valószínűleg hasonló volt Plantamour szerkezetéhez. Csak azt kell fölemlítenem, hogy a kedvezőtlen helyi viszonyok nem engedték meg a nagyítást 3000-ig üzni, és meg kellett elégednem 1300, legfeljebb 2200 nagyítással. Azonfelül ingánk súlya csak $\frac{2}{3}$ -da a svájcezi ingáénak, s az állvány is valószínűleg a mi műszerünknel már sokkal szilárdabban van szerkesztve, mert k értéke alig teszi negyedrészt a Plantamour által eszközölt kísérletekből kitűnt értékeknek.

Az alkalmazott készülék egy kis tükörből állott, mely egy vékony horizontális tengelylyel két V alakú tengelyágban forgatható volt. Merőlegesen a tükkörre egy hosszú, finom hegyű tűt alkalmaztam, mely a tükkör függőleges állásánál egy kis ellensúly által, az ingási lappal összeköttetésben álló egy aczél hasáb egyik oldalához támaszkodott. E tű emeltyű-karja a tükkör verticális állásában mintegy 3 mm. hatással működött.

$2\frac{1}{2}$ méter távolságban egy távcsövet s egy milliméter-skálát állítottam fel, úgy hogy a kis tükkörben a skála állása a távcső horizontális fonalához képest meg volt figyelhető.

Hogy a skála-állás 1 milliméternyi változásának az aczél prismánál megfelelő értékét meghatározzam, egy kis 0.4195 mm. menet-magasságú csavart használtam, mely egy egyszárú emeltyű segítségével a tű hegyére csak $\frac{1}{15}$ részben működött.

Hogy a távcsőben megfigyelt skála-eltérésekből, s tehát az ingási alapnak mikronokban kifejezett 2-szeres eltolásából, k értékét levezethessük, a Q nyomást kell közelebb szemügyre vennünk.

Ha y -t az inga lengése alkalmával figyeljük meg, akkor a Q nyomást az inga okozza, a mely tehát függvénye az inga súlyának, a felfüggesztési módnak (R fent vagy R lent) s az egyidejű lengési ívnek; még pedig e nyomás kétszeresét kell

venni, ha y az egész skála-kiterjedést jelenti. Az eddigi megjelzésekkel élve tehát:

$$R \text{ fent: } Q_1 = 2 P \cdot \frac{h_1}{\lambda} \varphi'_1 \sin 1'$$

$$R \text{ lent: } Q = 2 P \frac{h}{\lambda} \varphi' \sin 1'$$

Jelen esetünkben, ahol $P = 2022$ gramm, ha 100 grammot veszünk egységnek:

$$Q_1 = 0.007904 \cdot \varphi'_1$$

$$Q = 0.003853 \cdot \varphi'$$

hol φ' a fél lengési szög ívpercekben kifejezve.

Az inga hatása R lent helyzetben nem is akkora mint R fent helyzetben, s miután még ez utóbbi felfüggesztési módnál is az inga kis súlya s az állvány stabilitása folytán a hatás igen csekély, az R lent helyzet megfigyeléseit előre ki kellett zárnom.

Az alkalmazásba vett megfigyelési módnál nem nyilatkozik az egész nyomás hatása y -ban, hanem egy része a tükrön lévő ellensúly emelésére esik, s így

$y = kQ$ át megy; $y = k(Q - Q_0)$ -ba; Q_0 minden esetre több napra nem állandó mennyiség, s azért egyszerűség kedvéért $kQ_0 = k_0$ akarunk írni; minek folytán k és k_0 meghatározására következő általános kísérleti egyenlettel bírunk:

$$k - \frac{k_0}{Q} = \frac{y}{Q}$$

A lengő inga hatása igen csekély lévén, tanácsos k értékének meghatározására oly kísérleteket is tenni, melyeknél az állvány nagyobb horizontális nyomásnak vagy húzásnak van kitéve. Ily hatást súlyok által lehet előidézni, melyek nyomását az ingási lap magasságában oldalt alkalmazott kis keréken viszzük át az ingási lapra. E mellett természetesen még egy mellékkörülményt kell számításba venni, t. i. a kerekek surlódását s az abból eredő súlyvesztésedet. A kerekek surlódásának hatását tanulmányozandó, következőképen jártam el:

Az inga-állvány mindkét oldalán (északon és délen) 36 cm. horizontális távolságban a lengési laptól, függetlenül a műszer köoszlopától két rézkereket erősítettem meg, melyek tengelyét vas szög képezte. Mindkét keréken zsineget fektettem végig,

melynek két végén két egyenlő és ismert súlyú kis serpenyő lógott. Mindkét serpenyőbe annyi súlyt fektettem, hogy a megterheltség a serpenyők súlyával együtt mindkét oldalon 50 grammot tett. Azután megkísérlettem a jobb oldalon is, a baloldalon is, csekély súlyok — u — felrakása által az egyensúlyt megzavarni. Ezen u csekély súlyt 50—1000 gr.-nyi terhelés mellett többször határoztam meg; s a következő adatokat találtam:

Mindkét serpenyő megterheltetése külön:

$Q = 50$ gr.,	$u = 13.50$ gr.
$= 100$ „	$= 17.50$ „
$= 150$ „	$= 23.00$ „
$= 200$ „	$= 27.00$ „
$= 250$ „	$= 33.00$ „
$= 300$ „	$= 38.00$ „
$= 350$ „	$= 42.50$ „
$= 400$ „	$= 48.50$ „
$= 450$ „	$= 61.50$ „
$= 500$ „	$= 69.50$ „
$= 1000$ „	$= 116.00$ „

Miután mindannyiszor mind a két kerék surlódását kellett legyőzni, a kísérleti egyenlet:

$u = 2 (C + Q \sqrt{2} \cdot r)$ hol C a kerék surlódását saját súlya folytán jelenti, r pedig a kerék s a tengely közti surlódás Q súly folytán. Ha rövidség kedvéért $\sqrt{2} \cdot r = x$ teszünk, a fentebbi 11 adat alapján szerkesztett egyenletek, a legisebb négyzetek elve szerint kezelve, következő végegyenletekhez vezetnek:

$$11 C + 3750 x = 245.0$$

$$3750 \cdot C + 1962500 x = 121587.5$$

$$\text{és: } x = 0.0556 \pm 0.0020$$

$$C = 3.304 \pm 1.840$$

Tehát ha Q -nak a surlódás folytán vesztett részét ΔQ -val jelöljük, a számításba veendő súly:

$$\begin{aligned} Q - \Delta Q &= Q - 3.30 - 0.0556 Q \\ &= 0.9444 Q - 3.30 \text{ gramm.} \end{aligned}$$

Ha most a zsineg közepét a lengési laphoz erősítjük, s felváltva a jobb és a bal serpenyőbe teszünk egyenlő súlyokat, az ezen húzásnak megfelelő y -t meg lehet figyelni. Megjegyzendő

azonban, hogy a kezdetben definiált Q tulajdonképen a jobb-
dali és baloldali megterheltetés összege, tehát a kísérleti egyen-
letekbe Q helyett mindig a kétszeres súlyt kell írni.

1885. szept. 30-án este következő mérések eszközöltettek

A kis mikrométer-csavar $\frac{1}{6}$ forgása, $= \frac{0.4195}{15 \cdot 6}$ mm. $= 4.66$ mi-
kron, a távcsőben észlelt skálán 8.10 mm. eltolást okozott. Egy
skála-rész értéke tehát $= 0.5753$ mikron. A nagytás 1700 -
szoros.

A megterheltetés jobbról és balról történt, s a leolvasások
 10 secundával a súlyok befüggesztése után történtek. A követ-
kező összeállítás minden adata 20 leolvasáson alapul.

Megterheltetés	300 gr.	$y = 13.384$	pars	$= 7.700$	mikr.	$Q = 5.634$
	350 "	$= 16.236$	"	$= 9.341$	"	$= 6.578$
	400 "	$= 18.588$	"	$= 10.694$	"	$= 7.522$
	450 "	$= 21.056$	"	$= 12.114$	"	$= 8.467$
	500 "	$= 22.779$	"	$= 13.105$	"	$= 9.411$
	550 "	$= 25.377$	"	$= 14.599$	"	$= 10.355$
	600 "	$= 28.304$	"	$= 16.283$	"	$= 11.300$

Ezek alapján: μ

$$\begin{array}{l}
 k - 0.177 \quad k_0 = 1.365 \\
 k - 0.152 \quad k_0 = 1.420 \\
 k - 0.133 \quad k_0 = 1.422 \\
 k - 0.118 \quad k_0 = 1.431 \\
 k - 0.106 \quad k_0 = 1.392 \\
 k - 0.097 \quad k_0 = 1.410 \\
 k - 0.088 \quad k_0 = 1.441
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 \text{a megfelelő végegyenletek:} \\
 7k - 0.871 k_0 = 9.881 \\
 -0.871 k + 0.114435 k_0 = -1.226559 \\
 \text{miből } k_0 = 0.320 \pm 0.3004 \text{ közepső hiba} \\
 k = 1.451 \pm 0.0467 \text{ közepső hiba} \\
 \pm 0.0315 \text{ valós. hiba.}
 \end{array}
 \right.$$

E megfigyeléseken kívül, még három megterheltetést 2 első
percz lefolyása után olvastam le; minden adat 6 megfigyelésen
alapul:

Megterheltetés	300 gr.	$y = 13.905$	pars	$= 7.999$	$Q = 5.634$
	450 "	$= 21.422$	"	$= 12.324$	$= 8.467$
	600 "	$= 28.291$	"	$= 16.564$	$= 11.300$

Ennek alapján:

$$\left. \begin{aligned} k - 0.177 k_0 &= 1.420 \\ k - 0.118 k_0 &= 1.456 \\ k - 0.088 k_0 &= 1.466 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 3k - 0.383 k_0 &= 4.342 \\ - 0.383 k + 0.052997 k_0 &= -0.552136 \end{aligned}$$

miből $k_0 = 0.538$
 $k = 1.516$

Miután a szeptember hó utolsó hetében az inga lengése közt többször megismerlett észleletek semmi pozitív eredményhez nem vezettek, mert olykor-olykor szépen ment egy darabig a skála ide-oda, az egy millimétert ingadozásaiban ritkán haladva meg, de egyszerre látszólag megállott, s azután a skála egész más helyén kezdett az ingadozás mutatkozni. Nyilvánvaló volt tehát, hogy a talaj a napközben járó kocsik miatt oly nyugtalan, hogy a kis tükröt tartó szerkezet folytonos apró rázkódtatásoknak volt alávetve, tehát a skála ingadozása nem az ingaállvány lengéseinek tükörképe volt.

A szeptember 30-án este súlyokkal végzett megfigyelések nyugodt képet szolgáltattak, s egyes szélrohamok hatását kivéve, az ingadozások egyenletesen folytak le, az észlelés meglehetősen biztos volt, s az egész körülbelül $1\frac{3}{4}$ óráig tartó megfigyelés alatt a skála null-pontja (a távcső horizontális szála által metszett pont) csak 5 milliméterrel növekedett. Miután a közölt adatok levezetésére mindig egy kitérést megelőző és követő ellenkező kitérések középértékét használtam, e körülményből hiba nem származhatott.

E tapasztalás után október 1-én és 2-án éjjel a lengő inga hatását sikerült észlelnem, még pedig az adott kedvezőtlen körülmények között — melyek egyik főtenyezője, hogy a tengelyben mozgó kis tükrő egész szerkezete saját gyártmányom volt — elég jól.

A közlendő adatok mindegyike nyolcz följegyzés középértéke.

1885. okt. 1-én éjjel.

A mikrométer-csavar $\frac{1}{6}$ forgása = 4.66 mikron, a skálán 7.68 parst mutatott; tehát 1 pars = 0.607 mikron: a nagyítás körülbelül 1650.

<i>R</i> fent				A kísérleti egyenletek:
φ_1	y^p	y^μ	Q	
150	1.99	1.208	1.1856	$k - 0.843 k_0 = 1\mu.019$
128	1.66	1.008	1.0117	$k - 0.988 k_0 = 0.996$
110	1.40	0.850	0.8694	$k - 1.150 k_0 = 0.978$
95	1.11	0.674	0.7509	$k - 1.332 k_0 = 0.898$
85	0.96	0.583	0.6718	$k - 1.489 k_0 = 0.868$
75	0.79	0.490	0.5928	$k - 1.687 k_0 = 0.827$
66	0.65	0.395	0.5217	$k - 1.917 k_0 = 0.757$
60	0.57	0.346	0.4742	$k - 2.109 k_0 = 0.730$

$$\begin{aligned} \text{A két végegyenlet: } 8 k - 11.515 k_0 &= 7.073 \\ &- 11.515 k - 17.969377 k_0 = -9.842241 \end{aligned}$$

miből: $k_0 = 0\mu.2426$; súly = 1.395; közepső hiba = ± 0.0111
 $k = 1.2334$; súly = 0.621; közepső hiba = ± 0.0166

1885. okt. 2-án éjjel.

A mikrométer-csavar $\frac{1}{6}$ forgása = 4.66 mikron a skálát

10.33 parssal toltta el; tehát 1 pars = 0.451 mikron; a nagyítás
 2200. Minden adat 8 megfigyelés közepe.

<i>R</i> fent				A kísérleti egyenletek:
φ_1	y^p	y^μ	Q	μ
135	2.18	0.983	1.0670	$k - 0.937 k_0 = 0.921$
105	1.48	0.667	0.8299	$k - 1.205 k_0 = 0.804$
80	0.95	0.428	0.6323	$k - 1.582 k_0 = 0.678$
67	0.73	0.329	0.5296	$k - 1.888 k_0 = 0.622$
55	0.41	0.185	0.4347	$k - 2.300 k_0 = 0.425$

$$\begin{aligned} \text{A két végegyenlet: } 5 k - 7.912 k_0 &= 3.450 \\ &- 7.912 k + 13.687262 k_0 = -5.056229 \end{aligned}$$

miből: $k_0 = 0\mu.3453$; súly = 1.167; közepső hiba = $\pm 0\mu.0250$
 $k = 1.2364$; súly = 0.426; közepső hiba = ± 0.0415

Daczára annak, hogy a két utóbbi, inga-lengésen alapuló
 eredmények jól egyeznek s közepső hibájuk sem nagy; k abso-
 lut értékére nézve mégis maradhat fenn némi kétely, a nagyítás
 meghatározásának bizonytalansága miatt.*

k meghatározásaiban azt látjuk, hogy az ingalengések a legkisebb értékeket, a 2 elsőpercznyi súlymegterhelésen alapuló megfigyelések pedig a legnagyobb értéket szolgáltatják. Én azt tartom, hogy az inga nyomásának számításánál nem kellene a legnagyobb kilengést mint összétényezőt szerepeltetni, hanem az időszerinti középső lengésívet, a mely $\varphi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ s tényleg ha így járunk el, jobban egyező eredményeket találunk.

A két ingalengés eredménye így adott volna:

$$k = 1.235 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.426 \text{ mikr.}$$

Evvel szemben a súly megterhelések alapján nyert eredmények jobban egyeznek. De mindazonáltal a másodpercz-ingának javítása $k = 1.235$ mikr. értékkel számítandó, miután Peirce $Q = 2P \cdot \frac{h_1}{\lambda} \varphi_1 \sin 1'$ feltétel alatt vezette le a javítás képletét.

Tehát a javítás: $dL = +0.0443 \text{ mm.}$

TARTALOM.

	Lap
Bevezető előszó	1
A műszer leírása	4
A megfigyelések berendezése	10
Az éltávok mérése	13
Az inga súlypontjának meghatározása	18
A lengési tartamok megfigyelése	22
A megfigyelt lengés-idők átszámítása	30
Időmeghatározások	—
A lengésív csökkenésének vizsgálata	31
A másodpercnyi egyszerű inga hosszának levezetése	42
Függelék	51

zásáról. 20 kr. — XIX. *Hunyady Jenő*. Tételek azon determinánsokról, amelyek elemei adjungált rendszerek elemeiből vannak componálva. 20 kr. — Dr. *Fröhlich Izor*. Az állandó elektromos áramlások elméletéhez. 20 kr. *Hunyady Jenő*. Tételek a componált determinánsoknak egy különös osztályáról. 10 kr. — XXII. *König Gyula*. A raczionális függvények általános elméletéhez. 10 kr. — XXIII. *Silberstein Salamon*. Vonalgeometriai tanulmányok. 20 kr. — XXIV. *Hunyady János*. A Steiner-féle kritériumról a kúpok elméletében. 10 kr. — XXV. *Hunyady Jenő*. A pontokból vagy érintőkből és a conjugált háromszögből meghatározott kúpszelet nemének eldöntésére szolgáló kritériumok. 10 kr.

Nyolczadik kötet.

I. szám. Astrophysikai megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón 1880-ban. *Konkoly Miklóstól*. Egy tábla rajzzal. — II. szám. Adatok Jupiter physiájához az 1880-ik évből. Egy függelékkal. *Konkoly Miklóstól*. — III. szám. Gyulai-féle algorithmus. Dr. *Farkas Gyulától*. — IV. szám. Napfoltok megfigyelése 1880-ban, és 1882 napfolt micrometricus mérése. *Konkoly Miklóstól*. Két tábla rajzzal. — V. szám. Hullócsillagok megfigyelése 1880-ban Magyar korona területén. V-ik rész. *Konkoly Miklóstól*. — VI. szám. Csillagászati megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón. *Konkoly Miklóstól*. — VII. szám. 102 hullócsillag kisugárzási pont, levezetve 518 megfigyelésből, amelyek a magyar korona területén 1879. és 1880-ban tétettek. *Konkoly Miklóstól*. — VIII. szám. Új villámzáró, vagy nyitókészülék normálórán, és a Wesssen-féle óraszerkezet. *Konkoly Miklóstól*. Egy képtáblával. — IX. szám. Adatok Jupiter forgási elemeihez. Dr. *Kobold Ármintól*. — X. szám. A Hayn-féle rendszerek és az elsőrendű partialis differentialegyenletek általános elmélete. Székfoglaló értekezés. *König Gyulától*. — XI. szám. A hadtudomány fejlődéséről a többi tudományokhoz. *Kápolnai Pauer Istvántól*. Székfoglaló értekezés. — XII. szám. Egy negyedrendű felületről. *Hunyady Jenőtől*.

Kilenczedik kötet.

I. szám. Astrophysikai megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón. (Háttérképtáblával.) *Konkoly Miklóstól*. — II. szám. Az ó-gyallai csillagvizsgáló optikai szélessége. Dr. *Lakits Ferencztől*. — III. szám. A herényi astrophysicai observatorium leírása, és az abban tett megfigyelések 1881-ben. (Egy táblával.) *Gothard Jenőtől*. — IV. szám. Napfoltok és a nap felületének megfigyelése 1881-ben. *Konkoly Miklóstól*. — V. szám. Csillagászati megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón. *Konkoly Miklóstól*. — VI. szám. Hullócsillagok megfigyelése 1881-ben. *Konkoly Miklóstól*. — VII. szám. Adatok Jupiter és fizikájához, az 1881. évi megfigyelésekből. (III. rész. Három táblával.) *Konkoly Miklóstól*. — VIII. szám. Az üstökösök vegytani alkotása. *Konkoly Miklóstól*. — IX. szám. Az 1871—1880. években, Magyarországon megfigyelt csillagok pályaelemei. *Kövesligethy Radótól*. — X. szám. Néhány determináns-egyenletről. *Hunyady Jenőtől*. — XI. Perspektiv helyzetű alakzatok. Dr. *Klug Lipóttól*. — XII. szám. Az elhajlott fény intenzitásának vizsgálata. A math. és természettudományi állardó bizottság segélvezésével készült munka. Tizenkét ábrával a szöveg között.) Dr. *Fröhlich Izortól*. — XIII. szám. Az algebrai egyenletek elméletéhez. *König Gyulától*.

Tizedik kötet.

I. A nap felületének megfigyelése 1882-ben. *Konkoly Miklóstól.* — II. Astrophysikai megfigyelések 1882-ben. *a) A Wells-üstökös szinképe. b) A szeptemberi nagy üstökös szinképe. c) 9 Meteor szinképe. d) 115 állócsillag spectruma. e) Coloremetricus megfigyelések. Konkoly Miklóstól.* — III. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén. 1882. *Konkoly Miklóstól.* — IV. Egy új reversio-spectroscop s annak használata. (Egy táblával.) *Konkoly Miklóstól.* — V. Az ó-gyallai csillagvizsgálón eszközölt csillagászati megfigyelések eredménye. 1882. *Konkoly Miklóstól.* — VI. Néhány szó az üstökösök vegytani alkotásáról, összehasonlítva a meteoritekkel. *Konkoly Miklóstól.* — VII. Egy új szerkezetű spectroscop. (Egy táblával.) *Konkoly Miklóstól.* — VIII. Astrophysikai megfigyelések a herényi observatoriumon, 1882. (Egy táblával.) *Gothard Jenőtől.* — IX. Adatok Jupiter és Mars bolygók fizikájához. (Három táblával.) *Gothard Sándortól.* — X. Egy új spectroscop (Egy táblarajzzal.) *Gothard Jenőtől.* — XI. Astrophysikai megfigyelések 1883. (Egy táblával.) I. rész. *a) γ Cassiopejae spectruma. b) α Ursae minoris spectruma. c) A Swift üstökös spectruma. d) A Brooks üstökös spectruma. e) Colorimetricus megfigyelése 65 állócsillagnak. Konkoly Miklóstól.*

Tizenegyedik kötet.

I. Astrophysikai megfigyelések 1883-ban, az ó-gyallai csillagdán. (II-ik rész, 3 tábla.) *Konkoly Miklóstól.* — II. A nap felületének megfigyelése 1883-ban, az ó-gyallai csillagdán. *Konkoly Miklóstól.* — III. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1883-ban. *Konkoly Miklóstól.* — IV. 615 állócsillag spectruma. A déli öv átkutatásának I. része. *Konkoly Miklóstól.* — V. Megfigyelések a herényi astrophysikai observatoriumon 1883-ban. (Két táblával.) *Gothard Jenőtől.* — VI. A Pons-Brooks üstökös spectroscopicus megfigyelése a herényi astrophysikai observatoriumon. (Két táblával.) *Gothard Jenőtől.* — VII. Csillagászati megfigyelések az ó-gyallai csillagdán 1883-ban. *Konkoly Miklóstól.* — VIII. Előleges vizsgálatok néhány szénhidrogén-gáz spectrumán, spectroscoppal és spectralphotometerrel. (3 táblával s 2 fametszettel.) *Konkoly Miklóstól.* — IX. Adatok Bolyai Farkas életrajzához. *Szily Kálmántól.* — X. A herényi astrophysikai observatorium sarkmagasságának meghatározása. *Gothard Jenőtől.*

Tizenkettedik kötet.

I. A napfoltok és a nap felületének megfigyelése az ó-gyallai csillagvizsgálón 1884-ben. (1 fametszettel.) *Konkoly Miklóstól.* — II. Astrophysikai megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón 1884-ben. (4 fametszettel.) *Konkoly Miklóstól.* — III. Az 1884. évi megfigyelések a herényi astrophysikai observatoriumon. (2 ábra és 3 táblával.) *Gothard Jenőtől.* — IV. Hullócsillagok megfigyelése a m. korona területén 1884-ben. 26 radiatio ponttal. *Konkoly Miklóstól.* — V. 615 állócsillag spectruma. *Konkoly Miklóstól.* — VI. A napfoltok gyakoriassága 1872-től 1884 végéig. (2 nyomtatu táblával.) *Konkoly Miklóstól.* — VII. Adatok Jupiter fizikájához. (2 táblával.) *Konkoly Miklóstól.* — VIII. Tanulmányok az égitestek photographálása terén. (1 táblával.) *Gothard Jenőtől.* — IX. A Haynald-observatoriumban 1880–1884-ben megfigyelt napfoltok. *Hünninger Adolftól.* — X. Az 1873. VII. sz. Coggia-Winneke-féle üstökös pályaszámítása. *Schulhof Lipóttól.* — XI. A folytonos spectrumok elmélete. *Kövesligethi Radótl.*